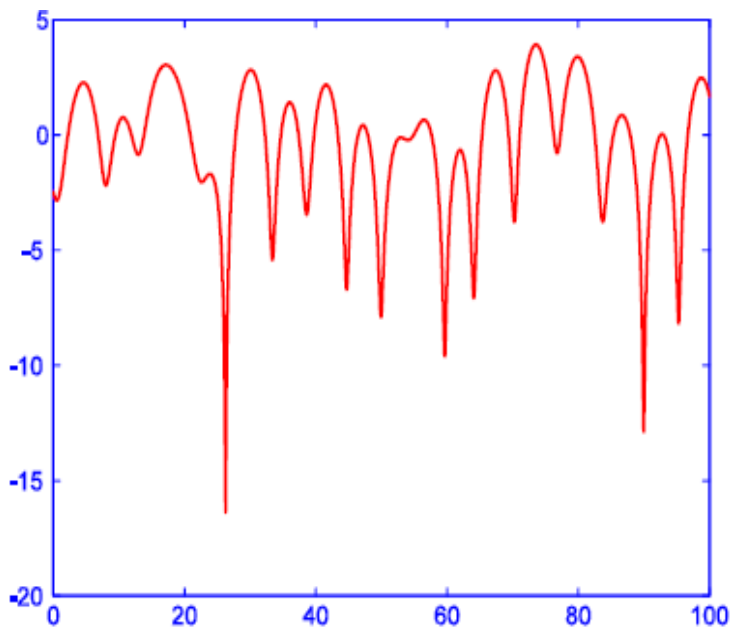


# STATISTIKA SIGNALA

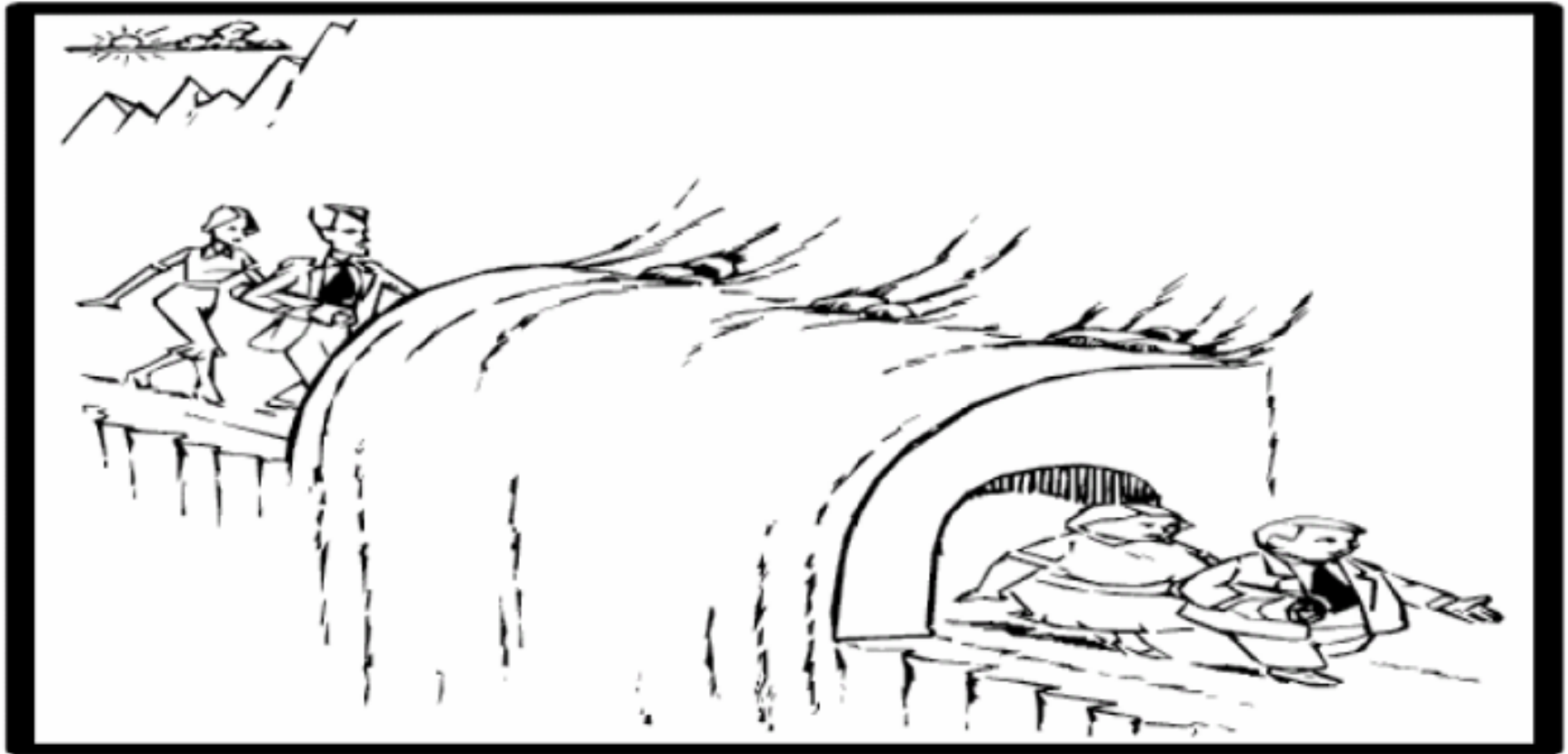
## Mnogostezna propagacija in njene posledice za lastnosti kanala



Mobitel d.d., izobraževanje  
17. 4. 2009, predavanje 12

Prof. dr. Jožko Budin

# Pot skozi kanal



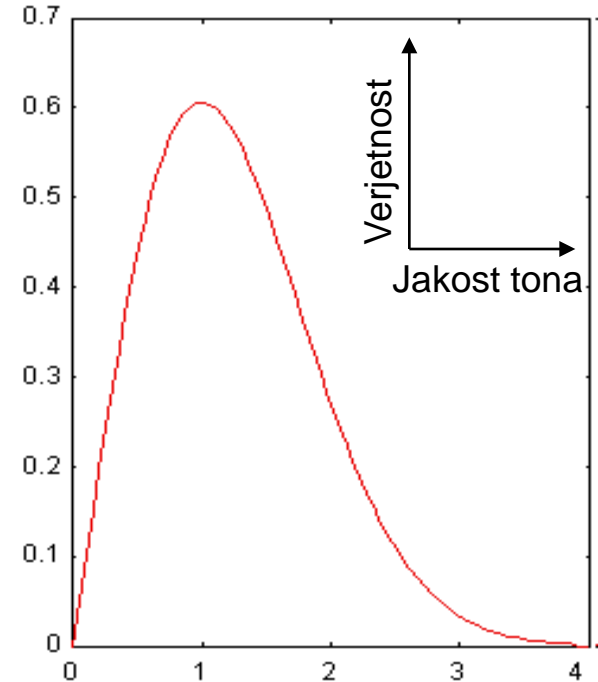
Razdalja →

Intersimbolna  
interferenca (ISI)

# Vsebina

1. Posledice mnogosteznega razširjanja valov kratkega dosega:
  - presih (fading), fluktuacija jakosti signala
  - razpršitev (časovne) zakasnitve
  - razpršitev (pomika) frekvence
2. Parametri mobilnega mnogosteznega kanala:
  - koherenčni (frekvenčni) pas
  - koherenčni čas
3. Vrste presiha:
  - selektivni, neselektivni
  - počasni, hitri
4. Statistika:
  - Rayleigh-jeva porazdelitev
  - Rice-ova porazdelitev, itd.
  - Log-normalna porazdelitev

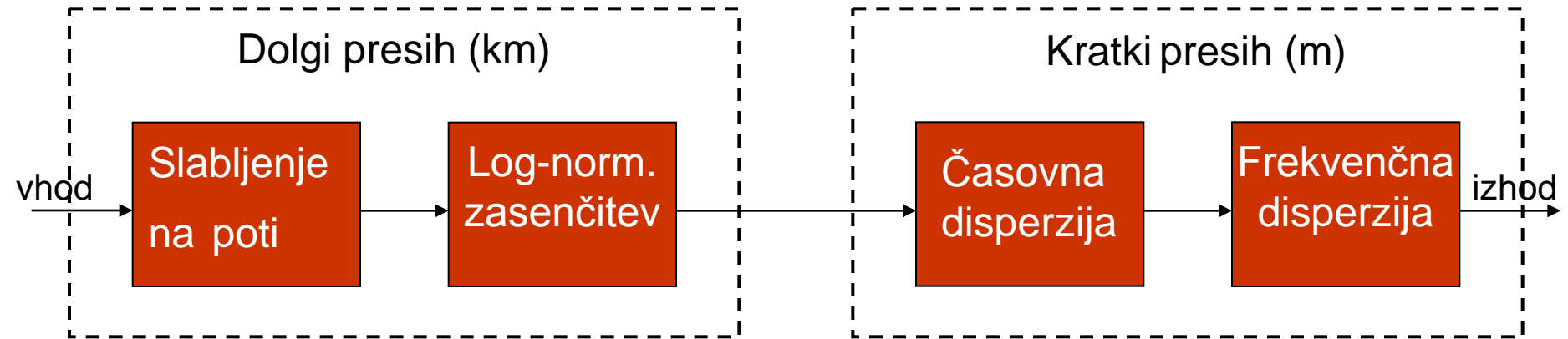
# Rayleigh



Lord Rayleigh (John William Strutt, 1842 – 1919), angleški fizik in Nobelov nagrajenec (1904, za soodkritje argona), je pomembno prispeval na zelo različnih področjih fizike. Model statistične porazdelitve, imenovane po njem, je proučeval na zgledu skupine violinistov v orkestru, ki proizvajajo isti ton, a z različno fazo (1880).

Z Rayleigh-jevo porazdelitvijo opisujemo statistiko signala, ki ga sprejemamo po velikem številu različnih (odbojnih) poti pri enaki (Gaussovi) porazdelitvi sofazne (I - in phase) in kvadrature (Q - quadrature) komponente. Danes pomeni osnovno statistiko za proučevanje presiha in podlago za druge statistike.

# Pojavi v mnogosteznem komunikacijskem kanalu



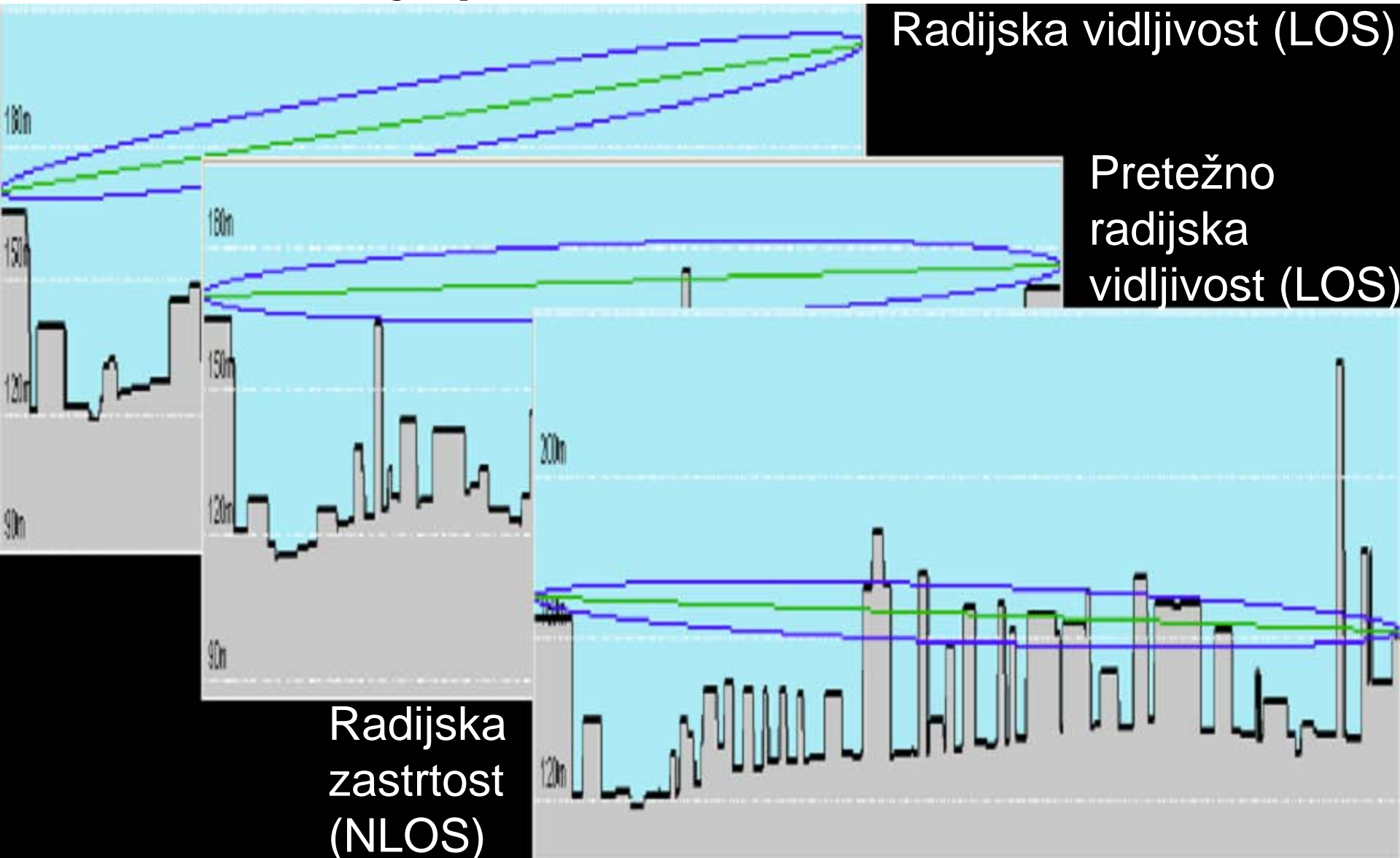
1. Časovna disperzija signala (razpršitev časa zakasnitve)

**Posledica: frekvenčno selektiven presih.**

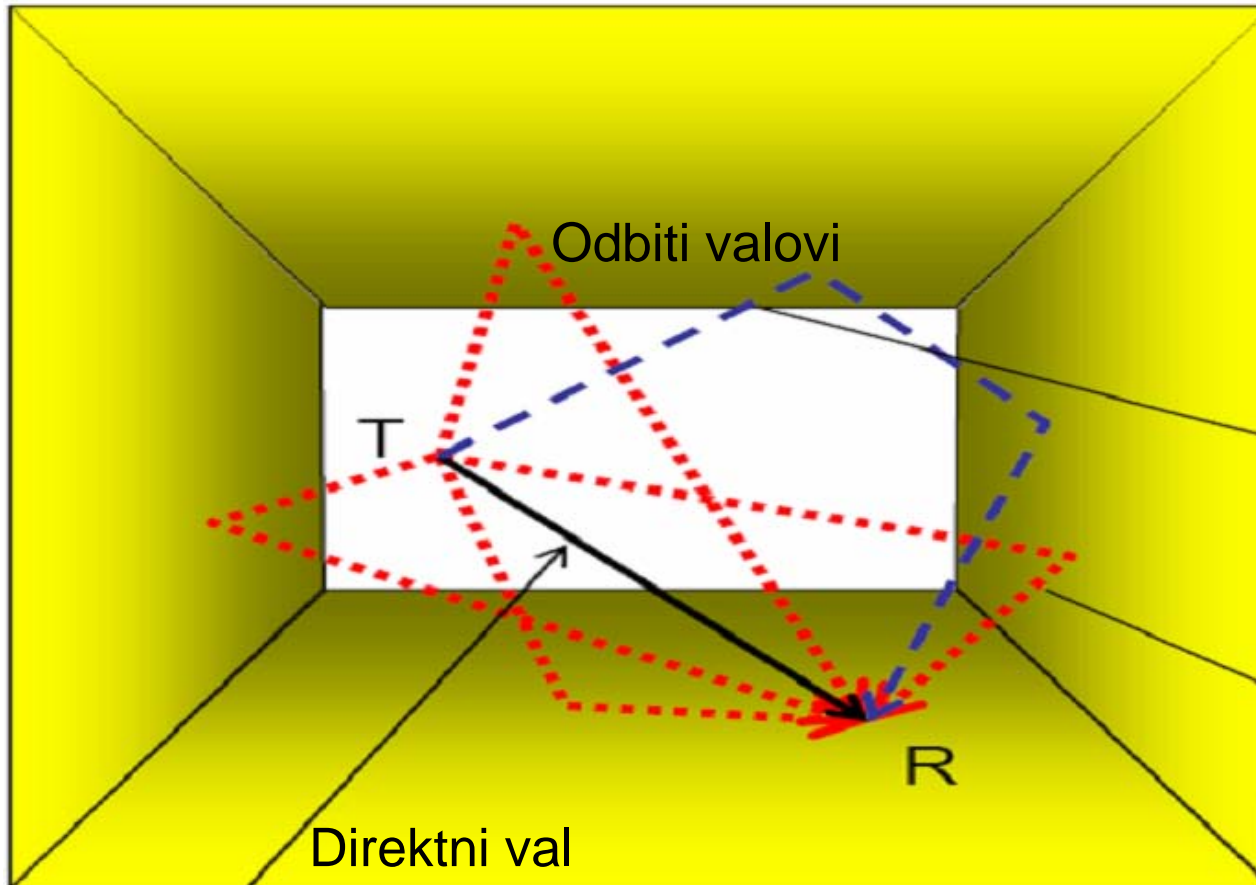
2. Frekvenčna disperzija signala (razpršitev Dopplerjevega pomika)

**Posledica: časovno selektiven presih.**

# Zunanji prostor - LOS, NLOS

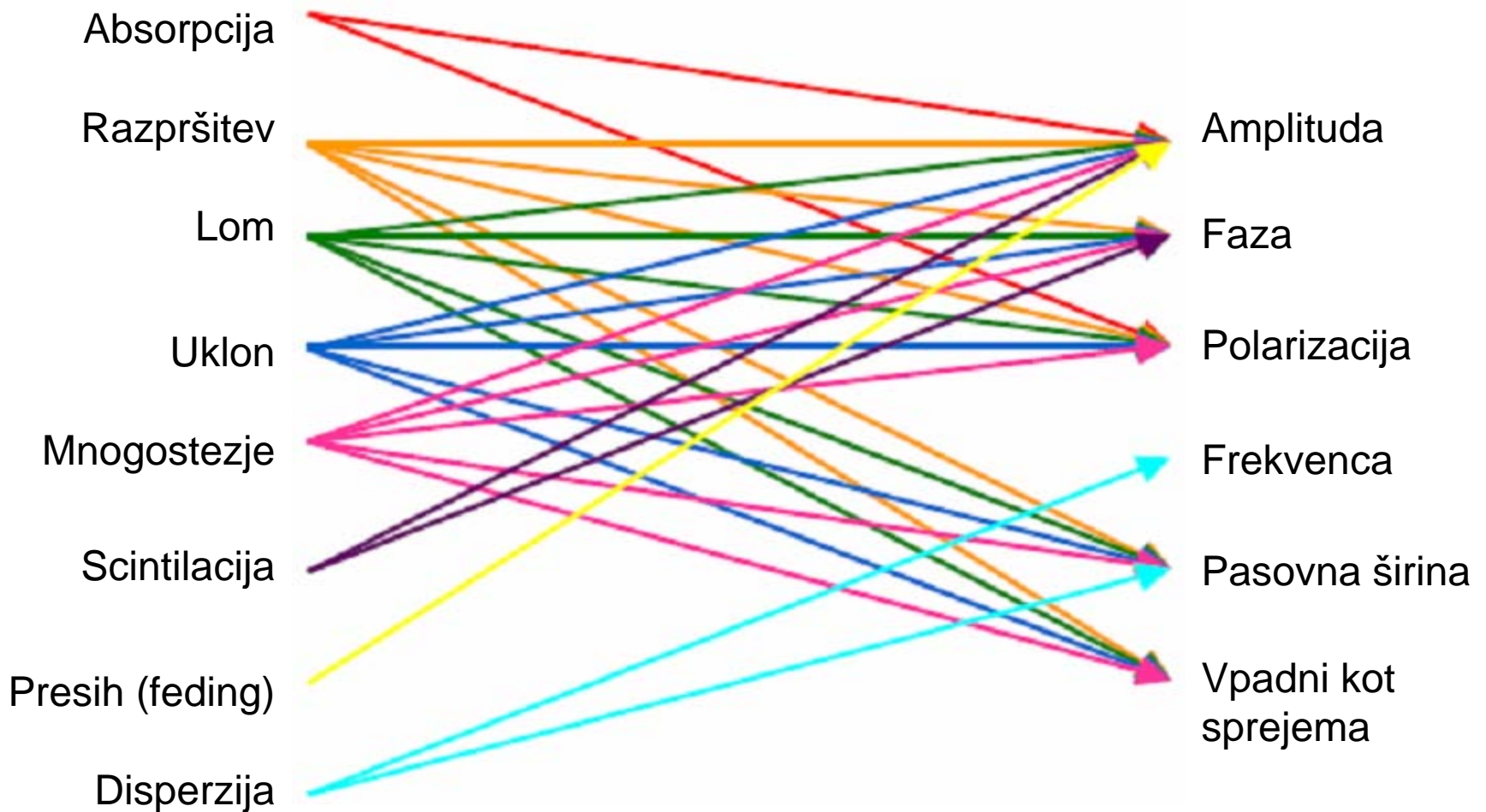


# Notranji prostor - LOS, NLOS



V sprejemni točki R sprejemamo direktni val in odbite valove od sten. Predmeti v prostoru lahko zaslanjajo direktni val (NLOS) ali ga ne zaslanjajo (LOS) in povzročajo dodatno množico odbitih in razpršenih valov.

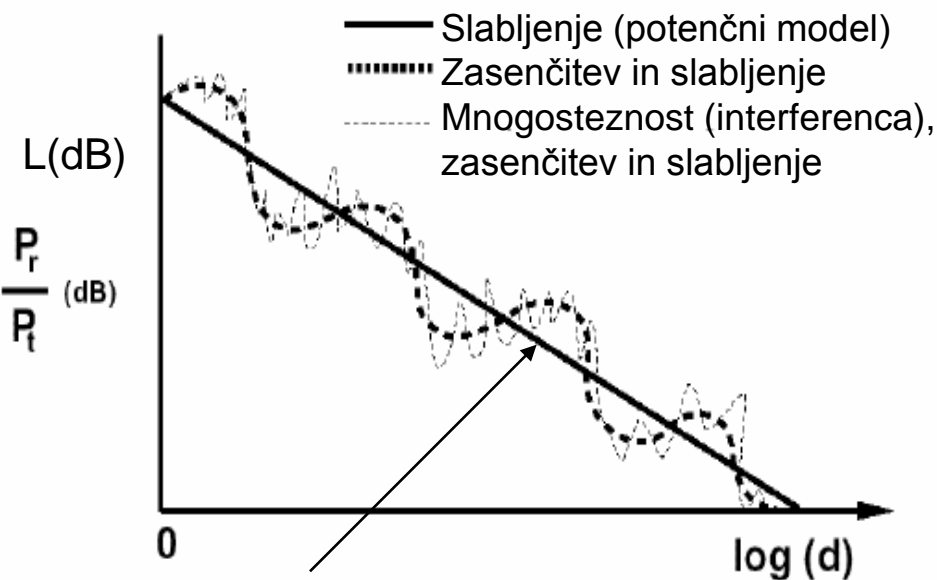
# Pojavi, ki vplivajo na signal v komunikacijskem kanalu





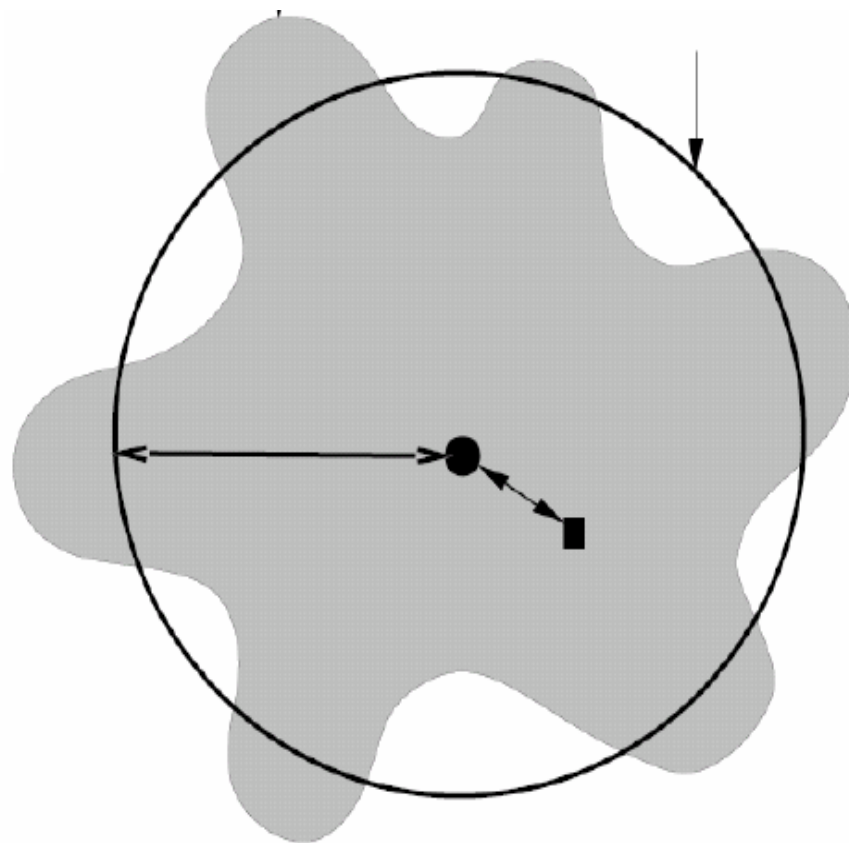
# Učinek mnogosteznosti in zasenčitve

Učinek mnogosteznosti, zasenčitve in slabljenja na spremembo polja z razdaljo

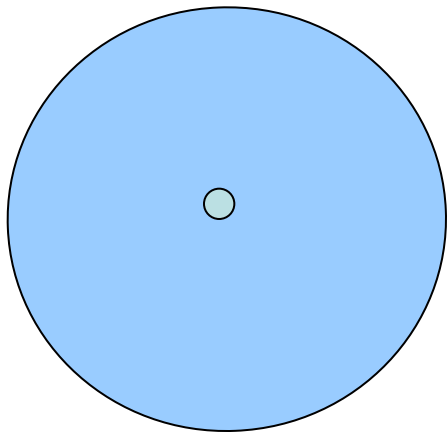


Potenca upadanja polja se tudi lahko spreminja

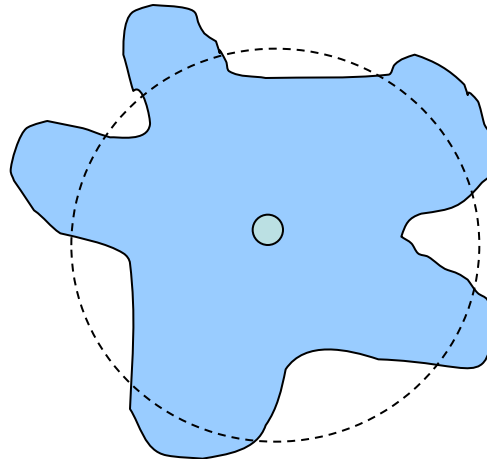
Učinek zasenčitve na pokritost področja s poljem



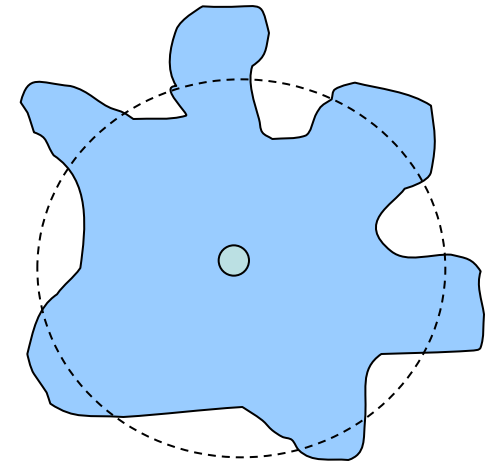
# Pokritost s poljem pri zasenčitvah



Brez zasenčitev



Zasenčitve



Zasenčitve se  
razlikujejo

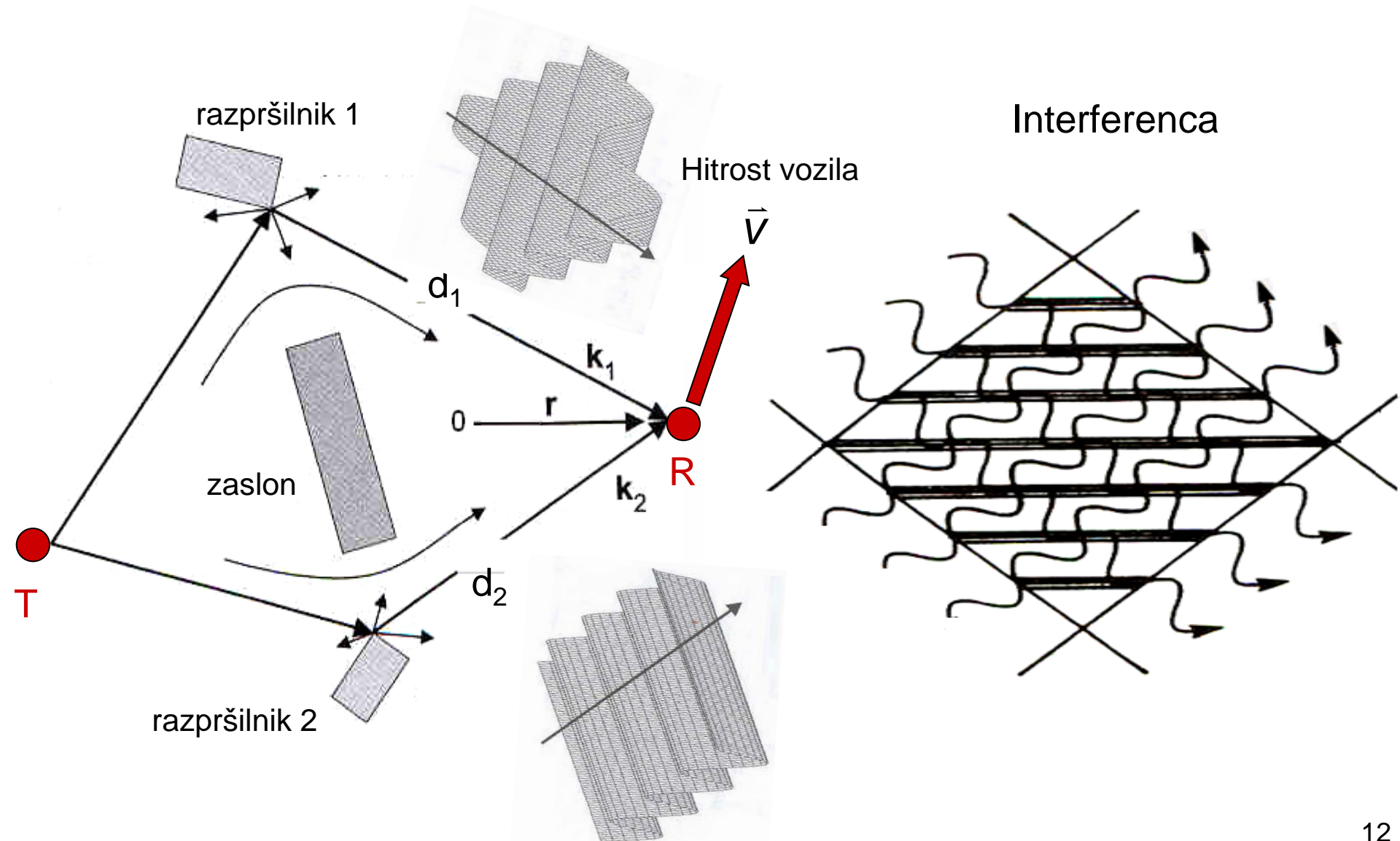
Primer veljavnosti log-normalne porazdelitve

# Pogrešek predikcije slabljenja

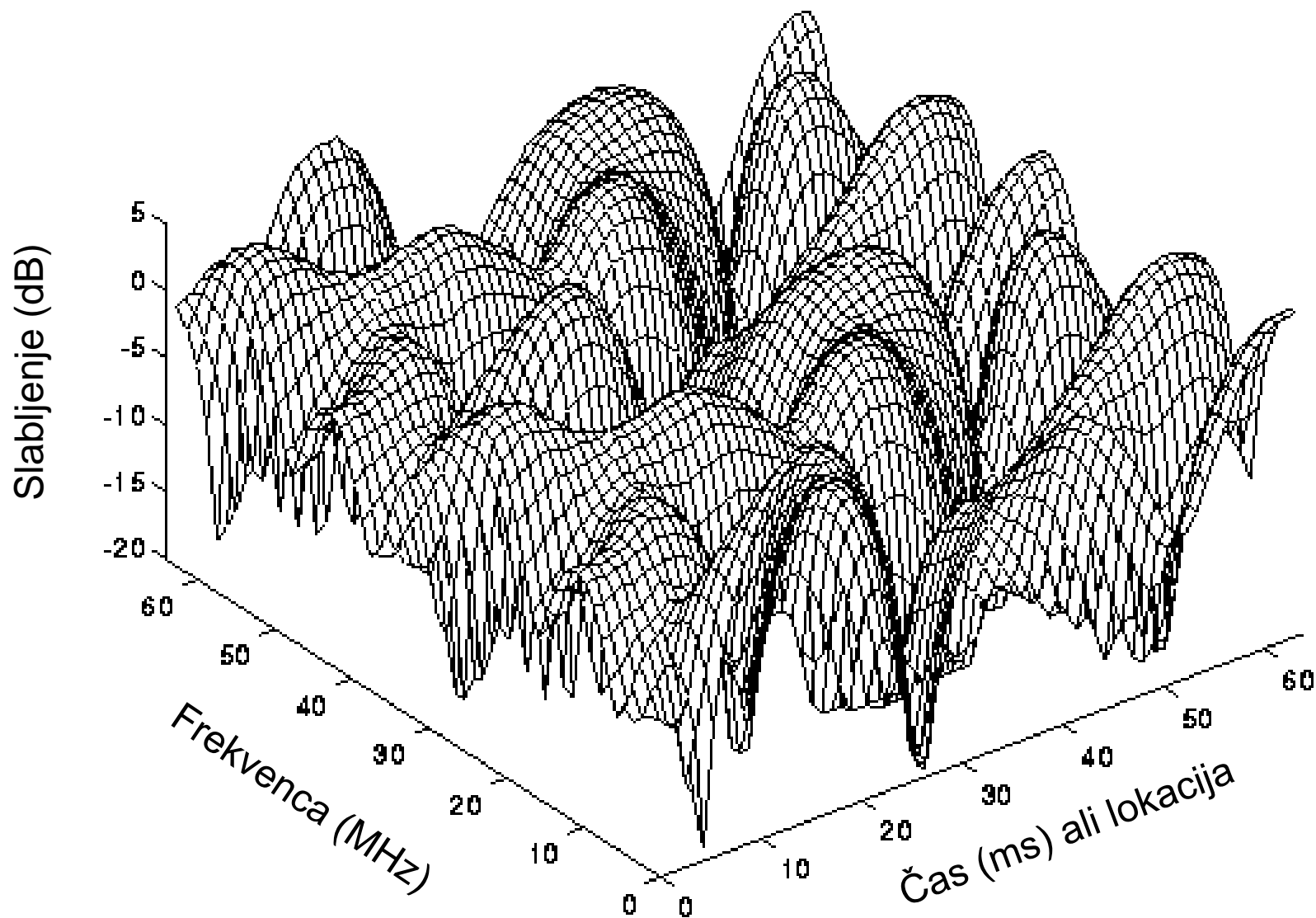
Metode predikcije	Srednji pogrešek (dB)	Standardna deviacija (dB)
Rec. ITU-R P.370	-7.0	15.0
Rec. ITU-R P.370 with TCA	-4.2	12.0
Rec. ITU-R P.526	-3.8	11.2
IRT	-3.9	9.9

Skupni rezultata kaže, da so izračunane srednje izračunane vrednosti za 4 dB **previsoke**. Uporabljene računske metode dajejo optimistične rezultate zaradi tega, ker ni mogoče upoštevati vseh dejavnikov (na primer vpliv vegetacije)

# Dvožarkovni model interference in Dopplerjevega pomika



# Frekvenčna in časovna disperzija



Frekvenčno in časovno selektiven Rayleigh-jev signal.

# Presih splošno

## 1. Dolgi presih (Large scale fading)

Presih na relacijah dolgega dosega pretežno zaradi:

- spreminjanja zasenčitve direktnega vala.

Log-normalna porazdelitev.

## 2. Kratki presih (Small scale fading)

Presih na relacijah kratkega dosega (v bližnjem lokalnem območju) zaradi:

- konstruktivne in destruktivne interference mnogosteznih komponent in
- utripanja Dopplerjevih komponent.

Primer LOS in NLOS. Rayleigh-jeva in Rice-ova (ali Nakagami-jeva) statistika.

# Kratki presih

Presih je posledica interference pri mnogosteznem načinu razširjanja. Povzroča krajevno ojačitev in oslabitev signalov, ki so prispeli po različnih poteh do sprejemnega mesta. Kaže se kot naključen močno razgiban stojni val kratke periode npr. 0,5 do nekaj  $\lambda$  in velike valovitosti (upadanje do 30 dB in več).

V mobilnih komunikacijah se krajevni pojav zaradi premikanja sprejemnega mesta skozi stojni val polja kaže kot časovno spreminjanje jakosti polja (presih). Pojavlja se utrip mnogosteznih komponent zaradi Dopplerjevega pomika.

Kratki presih nastaja na manjšem lokalnem območju in tekom krajšega časa.

## Pojavi in učinki:

- Hitra fluktuacija jakosti signala pri majhni spremembi razdalje (položaja), merjeni v  $\lambda$ , oz. v sorazmerno kratkem času.
- Hiter utrip mnogosteznih komponent oz. naključna frekvenčna modulacija zaradi Dopplerjevega pomika na različnih poteh.
- Disperzija (razpršitev časovne zakasnitve) signala zaradi potovanja po različnih poteh. Posledica je lahko intersimbolna interferenca (ISI).

# Dolgi presih

Dolgi presih je posledica slabitve na širšem območju in v daljšem času pri razširjanju skozi prenosni medij (zasenčenje signala, vpojnost atmosfere, spremembe medija).

Pogoji sprejema se ne spremenijo v času velikega števila simbolnih period. Je tipično porazdeljen log-normalno.

Dolgi presih je različen od kratkega.

## Pojavi in učinki:

- Zasenčitev signala na večjih objektih in reliefu tal
- Počasne krajevne in časovne spremembe jakosti signala.



# Počasni in hitri presih

Počasni presih na delno zastrti poti

Upadanje polja po potenčnem modelu

Hitri presih pri sprejemu po več poteh

d



Slika prikazuje trenutno sliko polja na različnih oddaljenostih  $d$  radijske trase. Primer tega je sprejem v vozilu, ki se premika med zasenčujočimi in razpršujočimi objekti.

# Štiri karakteristike komunikacijskega kanala in štiri vrste presiha

## Karakteristike:

- Razpršitev zakasnitve impulzov
- Koherenčni frekvenčni pas kanala
- Razpršitev Dopplerjevega pomika
- Koherenčni čas kanala

## Vrste presiha:

- Počasni presih
- Hitri presih
- Frekvenčno neselektivni presih
- Frekvenčno selektivni presih

# Definicije

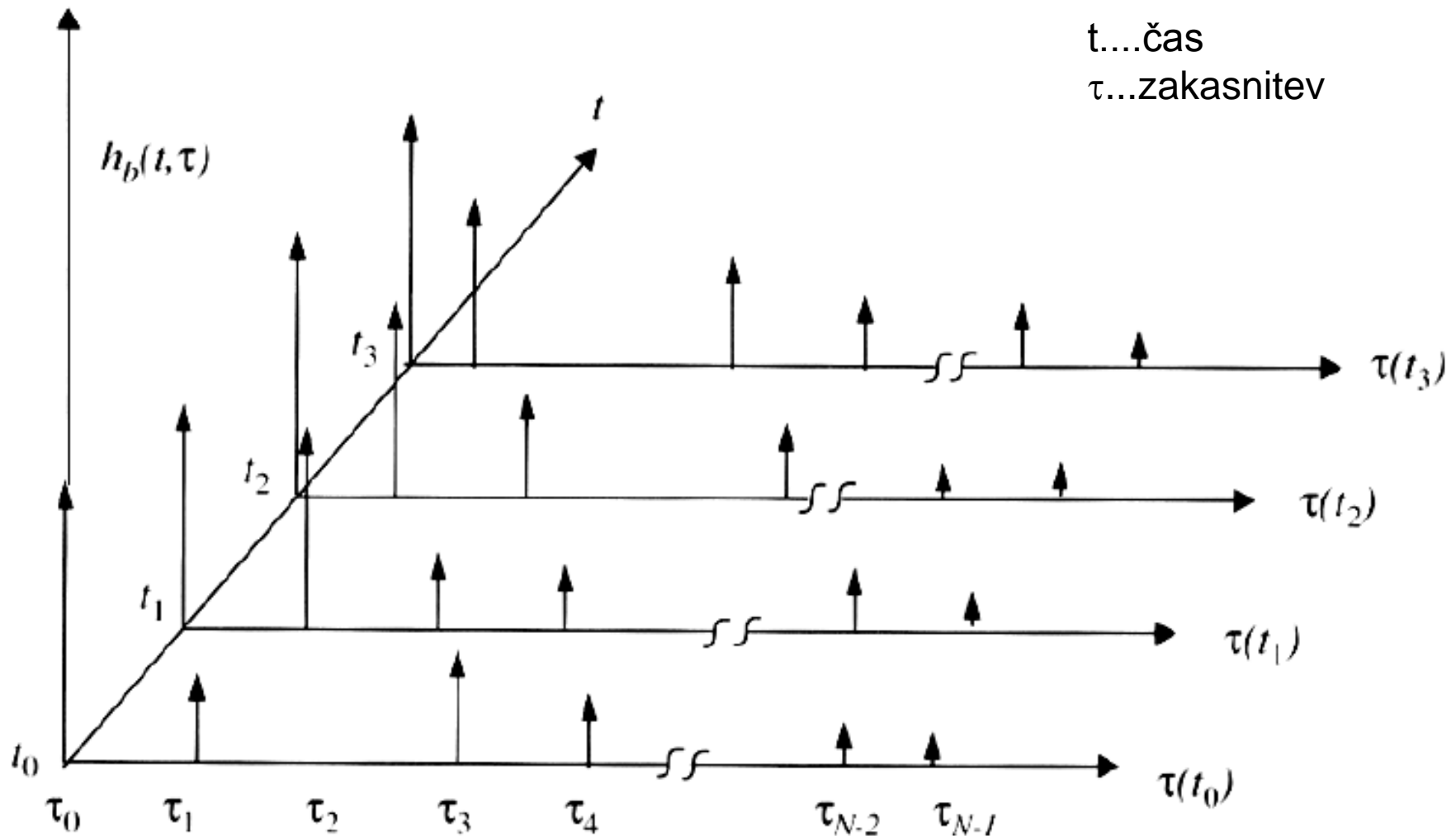
## 1. Koherenčni pas $B_c$

Frekvenčni pas, v katerem je frekvenčni odziv kanala praktično enak za vse frekvence (oz. je visoko koreliran)

## 2. Koherenčni čas $T_c$

Čas, v katerem je impulzni odziv kanala praktično invarianten (oz. je visoko koreliran)

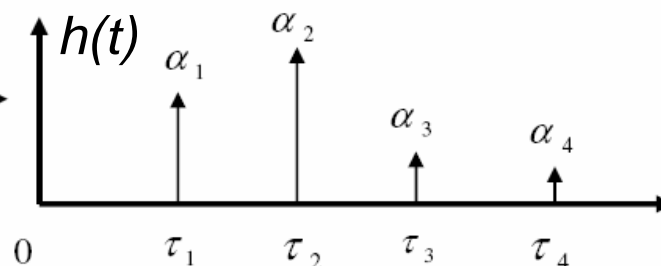
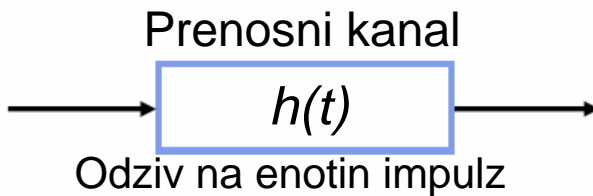
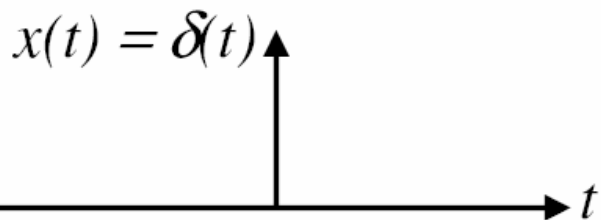
# Časovno varianten mnogostezni kanal



# Impulzni odziv mnogosteznega kanala

Delta funkcija (enotin impulz)

Izhodni signal splošno  
 $y(t) = x(t)*h(t)$



Fourierjev transform  $\mathbb{F}$   
 $X(f)$

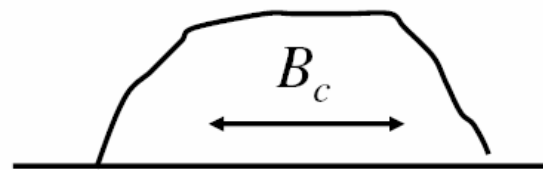
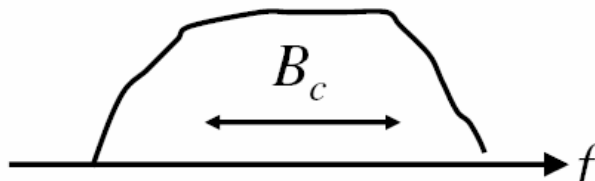
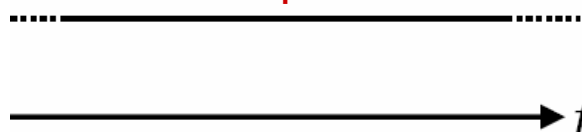
Fourierjev transform  $\mathbb{F}$   
 $H(f)$

Fourierjev transform  $\mathbb{F}$   
 $Y(f) = H(f)X(f)$

Vhodni spekter:

Prenosna funkcija:

Izhodni spekter:

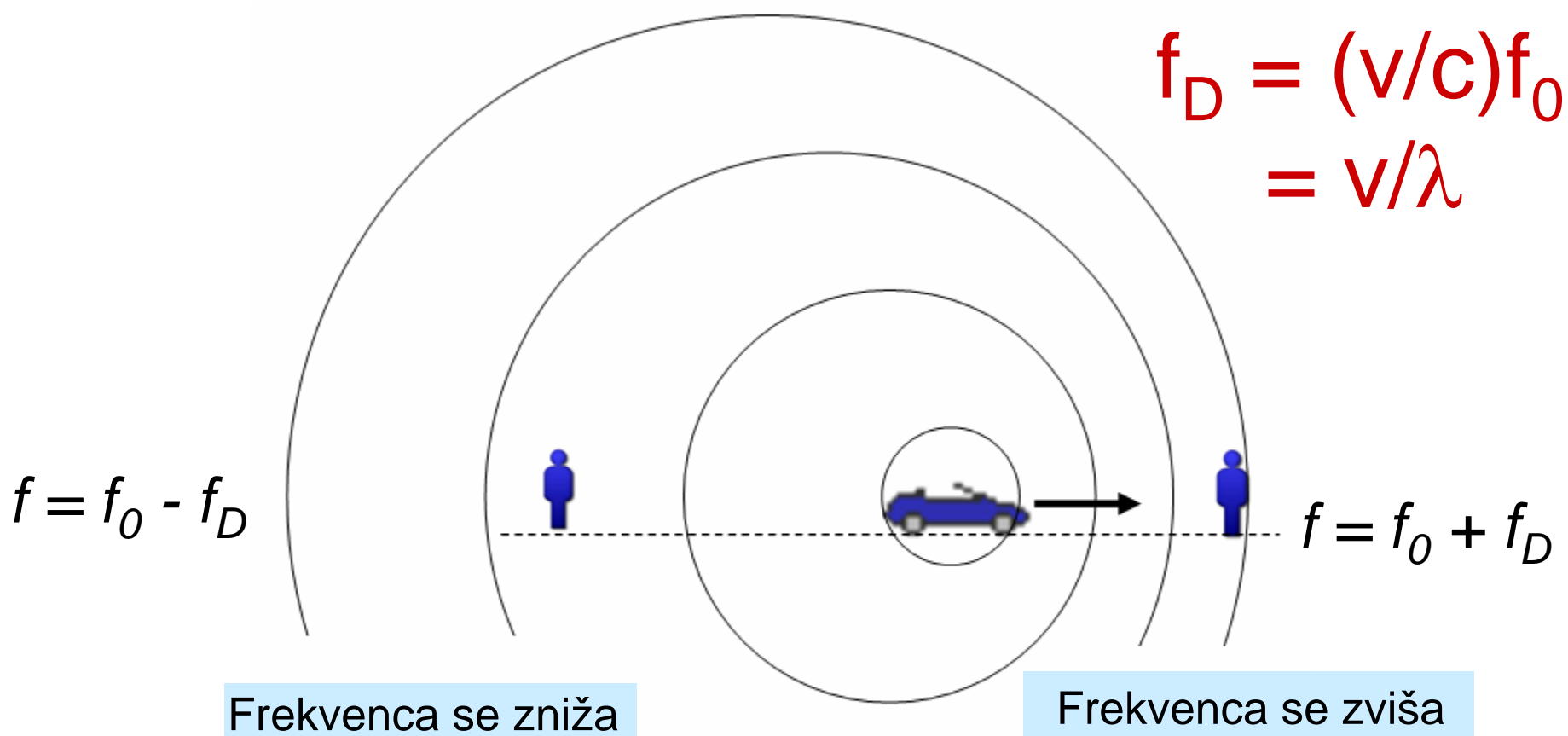


Odziv mobilnega kanala na kratek impulz je zaporedje impulzov različne jakosti  $\alpha_i$  in različnega časa zakasnitve  $\tau_i$ . Če se pot odbitega vala podaljša za npr. 100 m, se val zakasni za  $1/3 \mu\text{s}$ . Namesto enega kratkega impulza dobimo na izhodu signal, ki je sestavljen iz niza različno zakasnenih impulzov (razpršitev zakasnitve).

# Primeri razpršitve zakasnilnega časa

Environment	Freq. (MHz)	$\sigma_\tau$ (ns)	Notes	Source
Urban – New York City	910	1300	Average	[23]
Urban – New York City	910	600	Standard Deviation	[23]
Urban – New York City	910	3500	Maximum	[23]
Urban – San Francisco	892	1000–2500	Worst Case	[24]
Suburban	910	200–310	Averaged Typical Case	[23]
Suburban	910	1960–2110	Averaged Extreme Case	[23]
Indoor – Office Building	1500	10–50		[25]
Indoor – Office Building	1500	25	Median	[25]
Indoor – Office Building	850	270	Maximum	[26]
Indoor – Office Buildings	1900	70–94	Average	[27]
Indoor – Office Buildings	1900	1470	Maximum	[27]

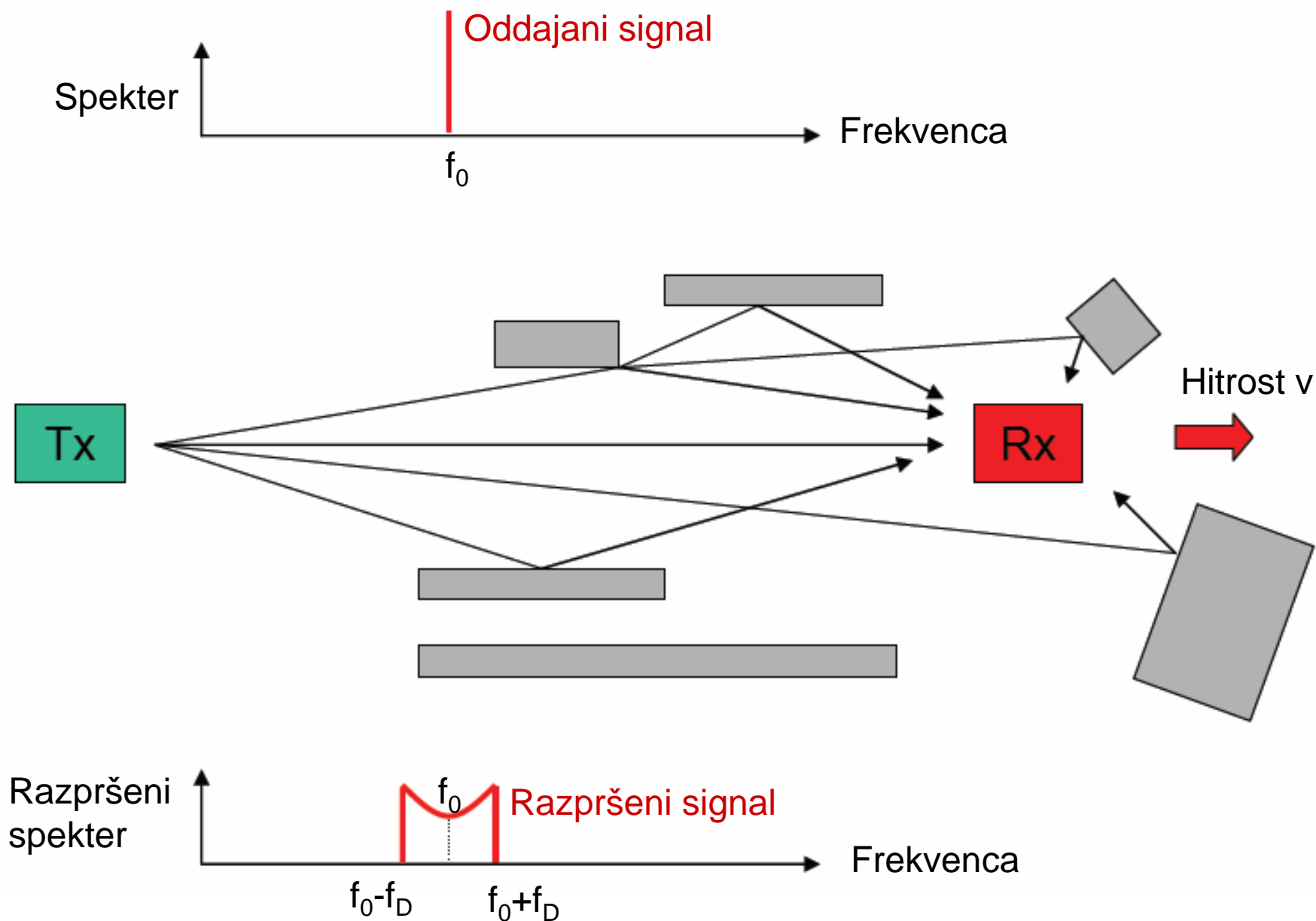
# Dopplerjev pomik



Primer pri  $f_0 = 2,4 \text{ GHz}$  :

- Pešec, 5 km/h,  $f_D = 11 \text{ Hz}$
- Vozilo, 100 km/h,  $f_D = 220 \text{ Hz}$

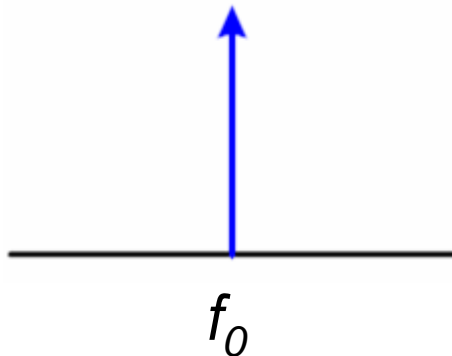
# Razpršitev Dopplerjevega pomika





# Dopplerjev spekter

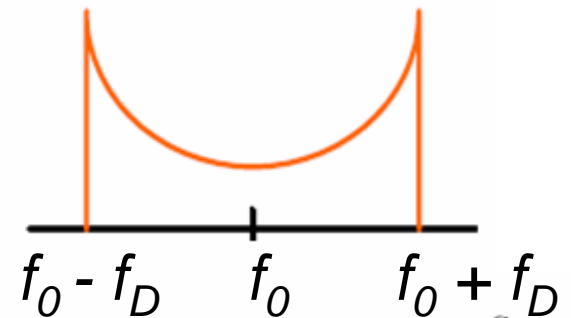
Oddajani spekter



Sprejem enakomerno iz vseh strani (model Jakes)



Sprejemani spekter

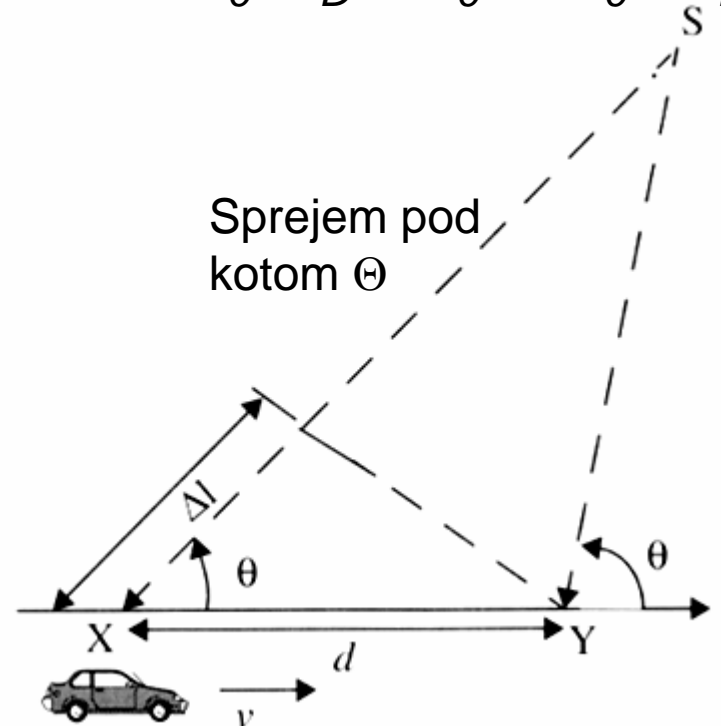


$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} = \frac{2\pi\Delta t}{\lambda} \cos\Theta$$

frekvenčni pomik  $f_D = d\phi / dt$

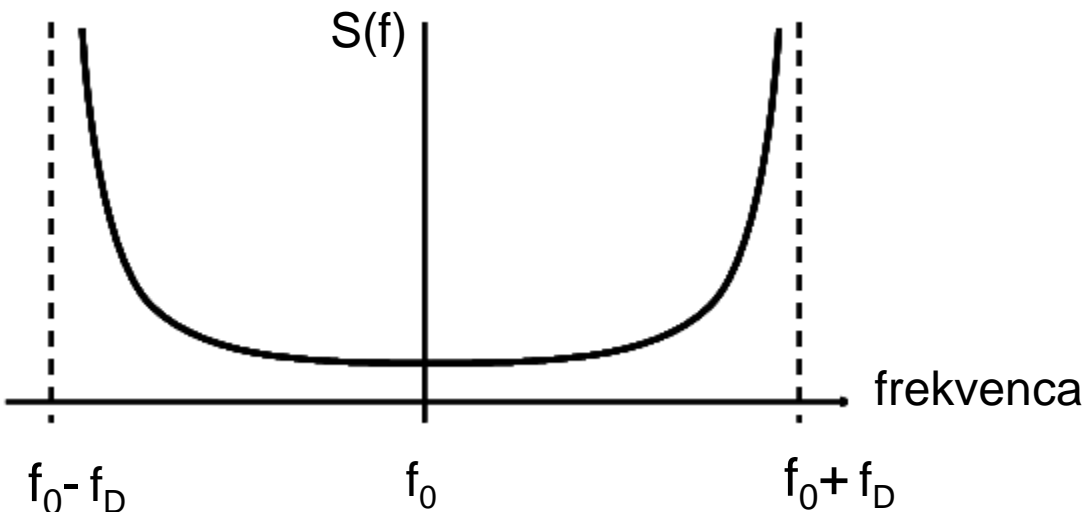
$$f_D = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} \cos\Theta = f_0 \frac{v}{c} \cos\Theta$$

Sprejem pod kotom  $\Theta$



# Dopplerjev spekter

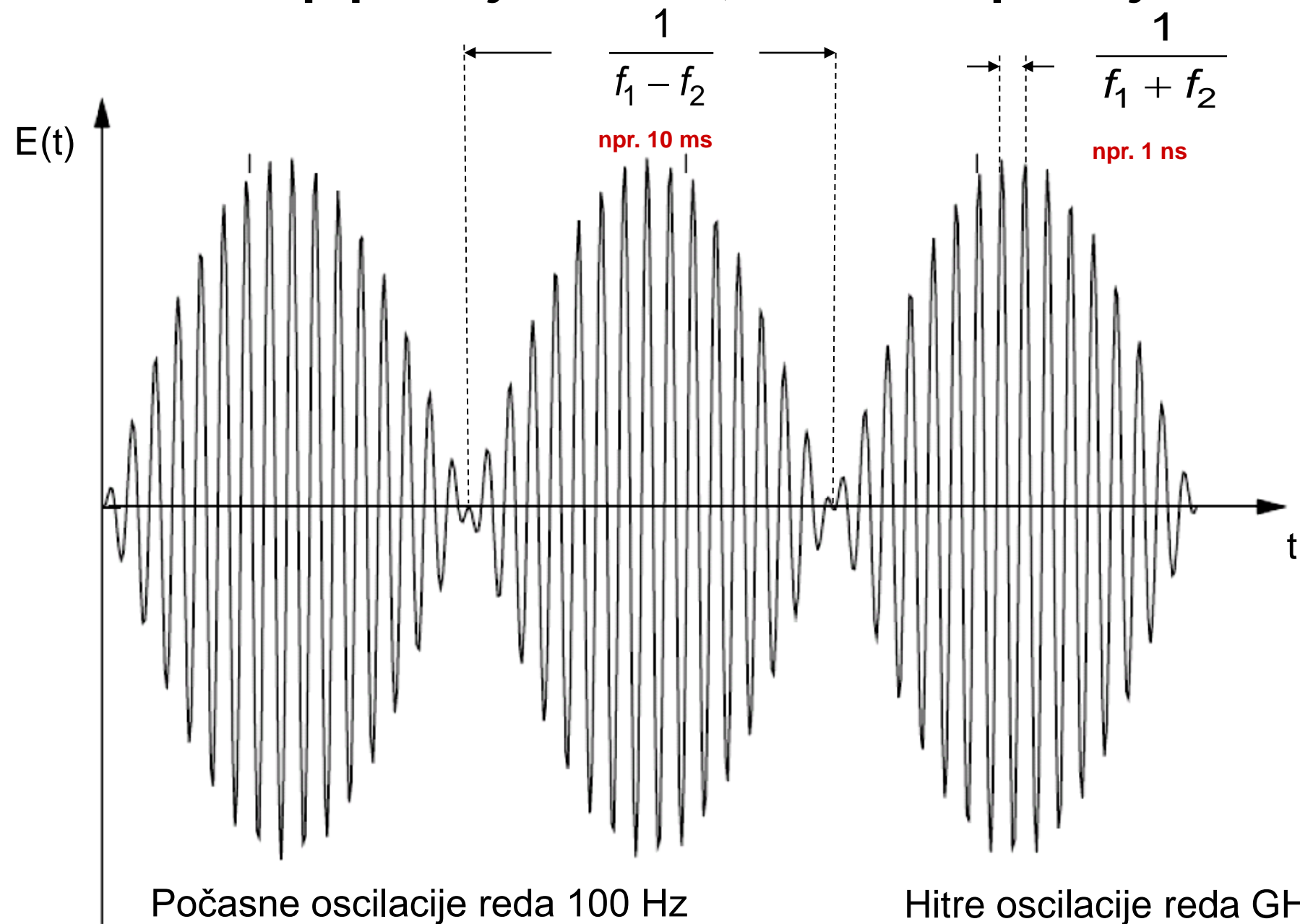
- Odbiti valovi prihajajo do mobilne naprave iz vseh smeri (predpostavka).
- Valovom, ki prihajajo pravokotno na smer gibanja, se frekvenca ne spremeni ( $f_D = 0$ ).
- Valovom, ki prihajajo v smeri ali nasprotni smeri gibanja, se frekvenca spremeni za  $\pm f_D$ .



$$S(f) = \frac{A}{4\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_D}\right)^2}}$$

$$|f - f_0| \leq f_D$$

# Dopplerjev pojav, utripanje



# Razpršitev signala 1/2

V mobilnih komunikacijah je signal razpršen po času in frekvenci.

- **Časovna razpršitev:**

Signal prihaja po različnih poteh različno zakasnen. Razlika v zakasnitvi najmočnejših signalov, izražena statistično, je časovna razpršitev signala.

- **Frekvenčna razpršitev:**

Signal prihaja iz različnih smeri z različnim Dopplerjevim pomikom, ki ga povzroča radialna komponenta hitrosti mobilne glede na bazno postajo in glede na mesta odboja na objektih. Glede na to, da prihajajo odbiti valovi s prednje in zadnje smeri, je frekvenčna razpršitev enaka 2-kratni Dopplerjevi frekvenci.

# Razpršitev signala 2/2

Kot posledico časovne oz. frekvenčne razpršitve signala določimo dva parametra mobilnega mnogosteznega kanala:

- Koherenčni pas  $B_c$

Določa frekvenčni pas  $B_c$ , znotraj katerega je presih (približno) enak za vse frekvence.

- Koherenčni čas  $T_c$

Je časovni interval  $T_c$ , med katerim se karakteristike kanala ne spreminjajo bistveno (ostajajo časovno invariantne).

# Parametri mobilnega mnogosteznega kanala (kratki presih) - definicije

## 1. Razpršitev (časovne) zakasnitve (delay spread)

Skupno trajanje sprejetega simbola skupaj z njegovimi mnogosteznimi ponovitvami nezanemarljive moči.

## 2. Koherenčni pas (coherence bandwidth) $B_c$

Širina frekvenčnega pasu, znotraj katerega frekvenčne komponente presihajo korelirano, zunaj pasu pa nekorelirano.

## 3. Dopplerjeva (frekven.) razpršitev (Doppler spread) $f_D$

Skupni frekvenčni pas sprejetega signala, ki prihaja iz različnih smeri glede na smer hitrosti mobilne postaje.

## 4. Koherenčni čas (coherence time) $T_c$

Časovni interval, v katerem se presih na kanalu ne spreminja (je invarianten).

# Kratki presih 1/2

## 1. Frekvenčno neselektiven presih ( $B_s \ll B_c$ )

Ko je spekter signala mnogo ožji od koherenčnega pasu kanala, je presih različnih spektralnih komponent visoko koreliran. Frekvenčni odziv kanala je raven v vsem spektru signala, zato je oblika signala nepopačena.

## 2. Frekvenčno selektiven presih ( $B_s \gg B_c$ )

Presih različnih spektralnih komponent signala je različen (nekoreliran). Frekvenčni odziv ni raven, zato postane oblika signala popačena.

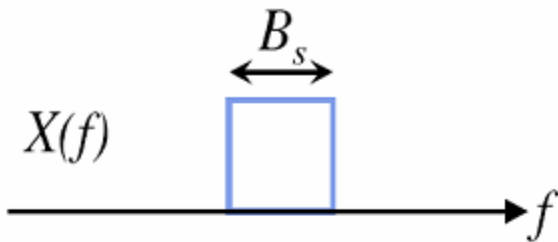
$B_s$  ... širina pasu spektra signala

$B_c$  ... koherenčna širina pasu

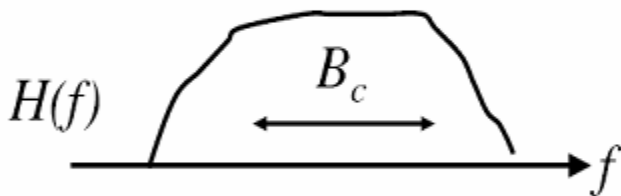
# Selektivni in neselektivni presih

Neselektivni presih ( $B_S \ll B_C$ )

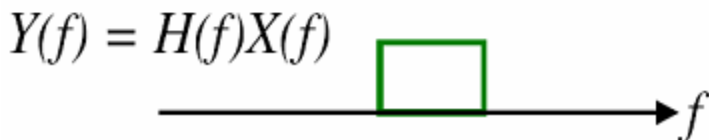
Vhodni spekter signala  $B_S$



Prenosna funkcija kanala  $B_C$

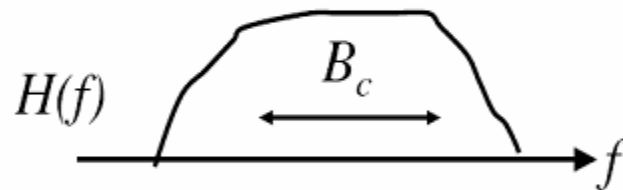
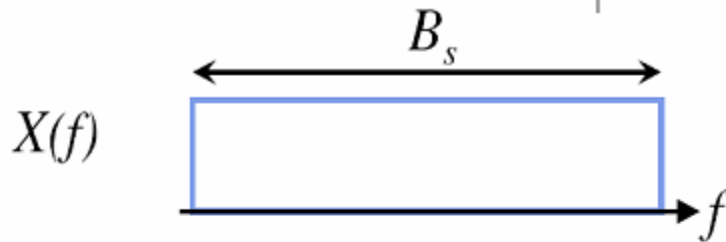


Izhodni spekter

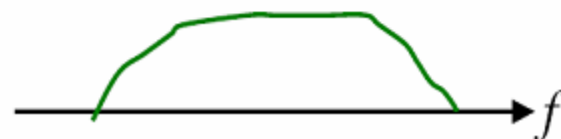


Izhodni spekter je sorazmeren vhodnemu, oz. ga je mogoče restavrirati z vezjem  $H(f)^{-1}$ . Oblika signala se ne spremeni.

Selektivni presih ( $B_S \gg B_C$ )



$$Y(f) = H(f)X(f)$$



Izhodni spekter različen od vhodnega. Oblika signala se spremeni. Nastane intersimbolna interferenca (ISI).



# Kratki presih 2/2

## 3. Počasni presih ( $T_s \ll T_c$ )

Simbolna perioda signala je mnogo krajša od koherenčnega časa kanala. Zato se kanal v času simbolne periode ne spreminja. Impulzni odziv kanala je časovno invarianten (v času simbola)

## 4. Hitri presih ( $T_s \gg T_c$ )

Simbolna perioda signala je mnogo daljša od koherenčnega časa kanala. Zato se kanal v času simbolne periode lahko popolnoma spremeni.

$T_s$  ... Čas trajanja simbola

$T_c$  ... Koherenčni čas kanala

# Časovna razpršitev

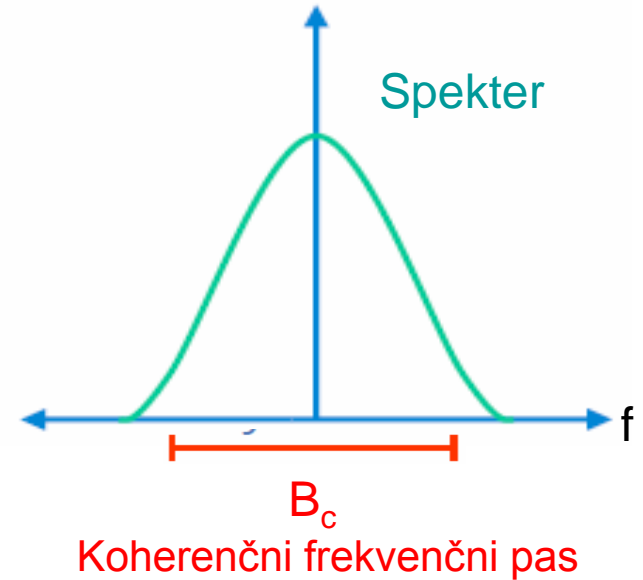
## Časovna razpršitev signala



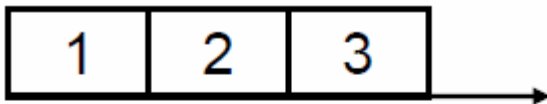
Fourier-jev transform



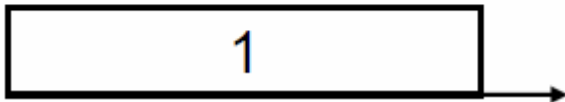
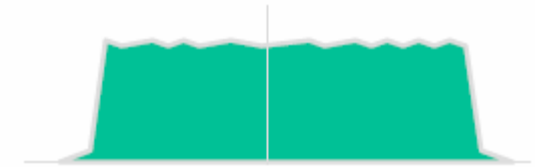
$$B_c \approx \frac{1}{\tau_{rms}}$$



## Simboli



Frekvenčno selektiven presih

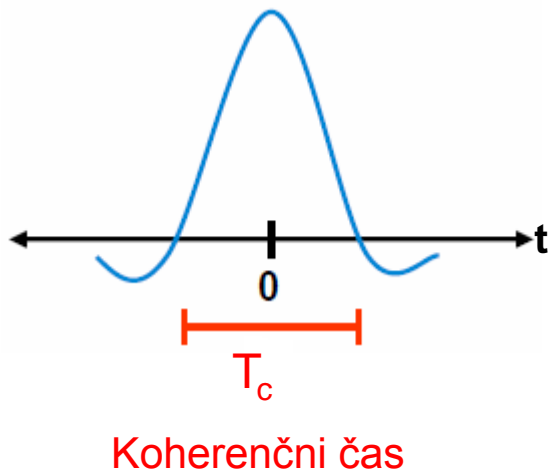


Frekvenčno raven presih



# Frekvenčna razpršitev

Časovna varianca

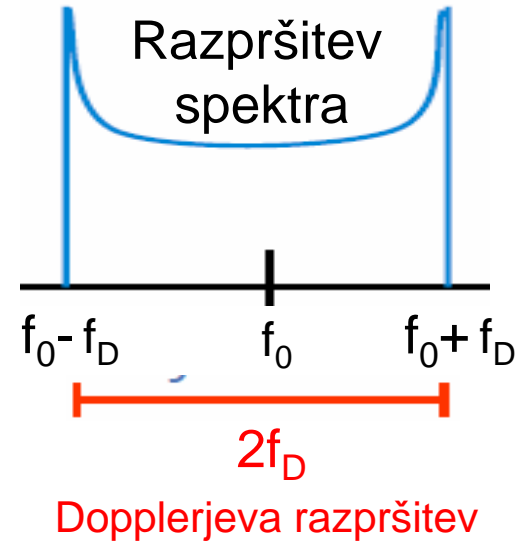


Fourier-jev transform

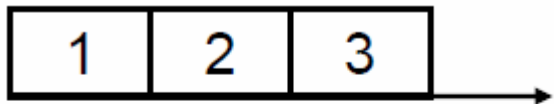


$$T_c \approx \frac{1}{f_D}$$

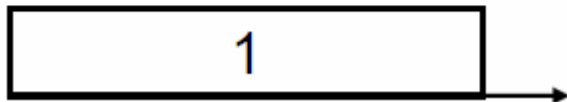
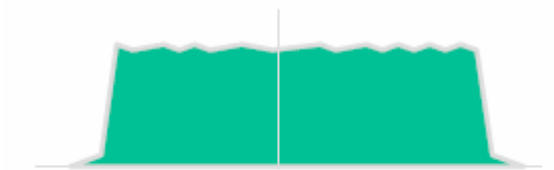
Razpršitev spektra



Simboli



Počasni presih



Hitri presih



# Vrste kratkega presiha

## Presih na majhnem območju Večstezna razpršitev zakasnitve signala

Fekvenčno neselektivni (raven) presih. Časovno selektiven

1.  $B_s$  signala  $\ll B_c$  kanala
2. Razpršitev zakasnitve  $\ll$  simbolna perioda

Frekvenčno selektivni (neraven) presih. Časovno neselektiven

1.  $B_s$  signala  $\gg B_c$  kanala
2. Razpršitev zakasnitve  $\gg$  simbolna perioda

## Presih na majhnem območju Večstezna razpršitev Dopplerjeve frekvence

Hitri presih

1. Visoka Dopplerjeva razpršitev
2. Koherenčni čas  $T_c \ll$  simbolna perioda  $T_s$
3. Spremembe kanala hitrejše od spremembe signala v osnovnem pasu

Počasni presih

1. Nizka Dopplerjeva razpršitev
2. Koherenčni čas  $T_c \gg$  simbolna perioda  $T_s$
3. Spremembe kanala počasnejše od spremembe signala v osnovnem pasu

# Hitri in počasni presih

1. Zelo hiter presih (redkost v praktičnih sistemih)
  - Koherenčni čas  $T_c < \text{simbolna perioda } T_s$   
(kanal se spremeni med časom trajanja simbola)
2. Hitri presih
  - Koherenčni čas  $T_c$  je 10 do nekaj 100 simbolnih period  $T_s$
3. Počasni presih
  - Koherenčni čas  $T_c$  je več 1000 simbolnih period  $T_s$

# Koherenčni pas kanala

Srednjekvadratna časovna razpršitev zakasnitve:

$$\tau_{rms}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i^2 (\tau_i - \bar{\tau})^2}{\sum_{i=1}^N \alpha_i^2}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \tau_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i^2}$$

$\alpha_i$  amplituda  
 $\tau_i$  zakasnitev

**Primeri (900 MHz):**

Urbano okolje      1 - 20  $\mu\text{s}$   
Predmestno        0,2 - 2  $\mu\text{s}$   
Notranjost stavb   10 – 100 ns

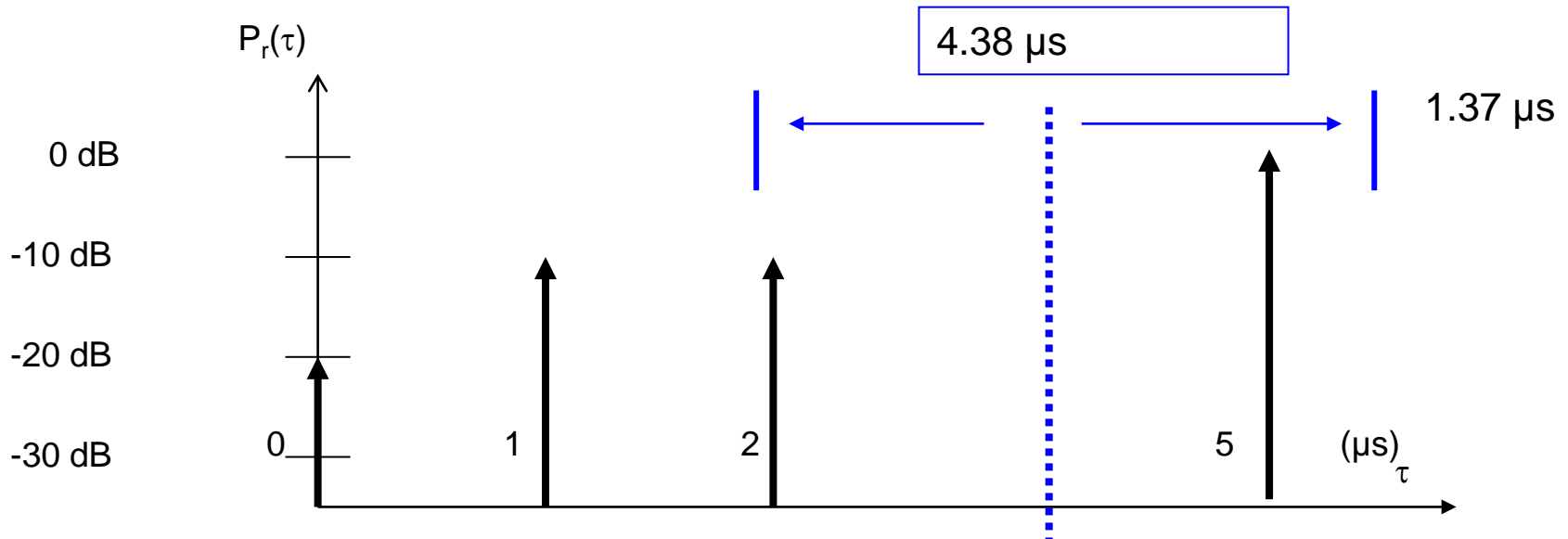
GSM specifikacija:  
< 20  $\mu\text{s}$

**Koherenčna širina pasu:**

Korelacija > 0.9:  $B_c = 1/50\tau_{rms}$

Korelacija > 0.5:  $B_c = 1/5\tau_{rms}$

# Primer časovne razpršitve



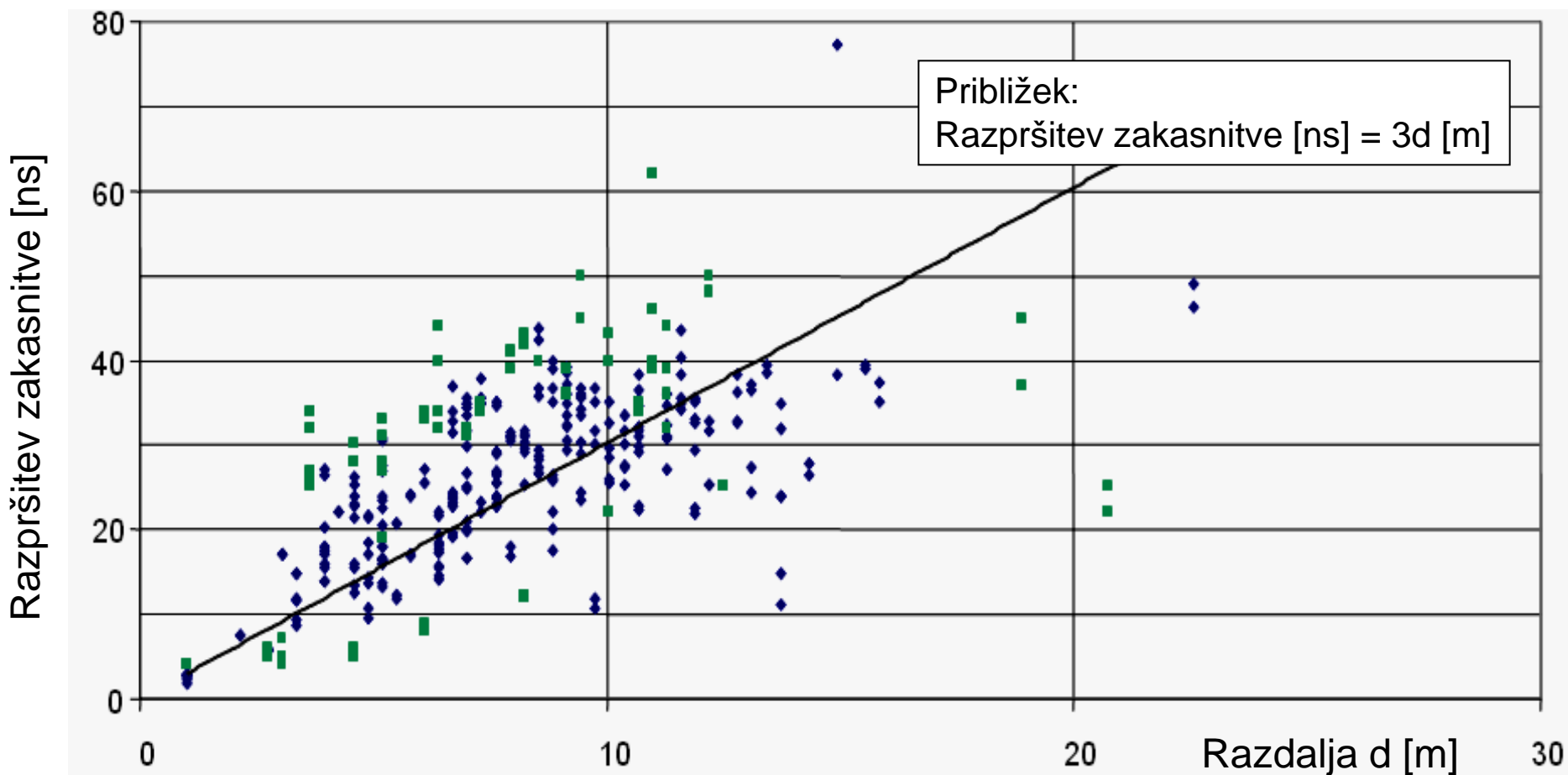
$$\bar{\tau} = \frac{(1)(5) + (0.1)(1) + (0.1)(2) + (0.01)(0)}{[0.01 + 0.1 + 0.1 + 1]} = 4.38 \mu\text{s} \quad \text{Povprečna zakasnitev}$$

$$\bar{\tau}^2 = \frac{(1)(5)^2 + (0.1)(1)^2 + (0.1)(2)^2 + (0.01)(0)^2}{[0.01 + 0.1 + 0.1 + 1]} = 21.07 \mu\text{s}^2$$

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{21.07 - (4.38)^2} = 1.37 \mu\text{s} \quad \longrightarrow \quad \text{RMS razpršitev zakasnitve}$$

# Primer časovne razpršitve

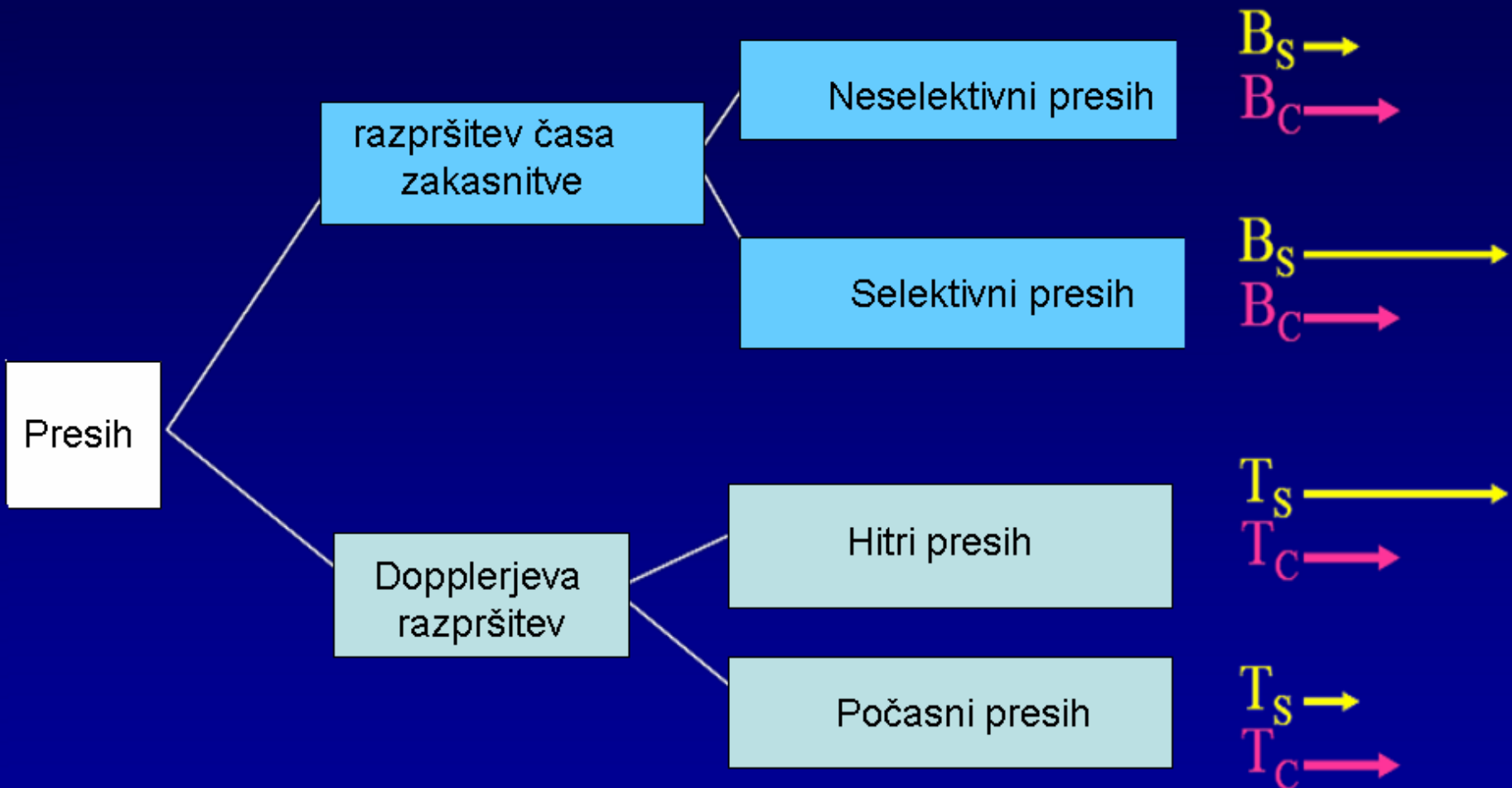
Srednjekvadratna razpršitev časovne zakasnitve





# Vrste presiha - rezime

- razpršitev časa sprejema pri širjenju po različnih poteh
- razpršitev Dopplerjevega pomika pri širjenju po različnih poteh



# Karakteristike presiha - rezime

- **Frekvenčno neselektiven (ravni) presih:** odsotnost ISI  
ozkopasovni signal, širjenje v notranjih prostorih
- **Frekvenčno selektiven (frekv. odvisen) presih:** prisotnost ISI  
širokopasovni signal, širjenje v zunanjem prostoru
- **Časovno neselektiven (počasni) presih:** odsotnost Dopplerjevega pojava  
stacionarni sprejem, npr. WiFi
- **Časovno selektiven (hitri) presih:** prisotnost Dopplerjevega pojava  
celične mobilne zveze, vozila

# Statistična obravnava

## 1. Rayleigh-jeva statistika (NLOS)

- Polje je kompleksna veličina s komponentama I in Q, ki sta po teoremu centralne limite normalno (Gauss) porazdeljeni. Amplituda polja, ki je seštevek velikega števila prispevkov, primerljivih po jakosti in naključnih po fazi, sledi Rayleigh-jevi porazdelitvi.

## 2. Rice-ova statistika (LOS)

- Signal, ki poleg naključne množice izenalenih prispevkov vsebuje še prevladujočo komponento, se pokorava Rice-ovi porazdelitvi

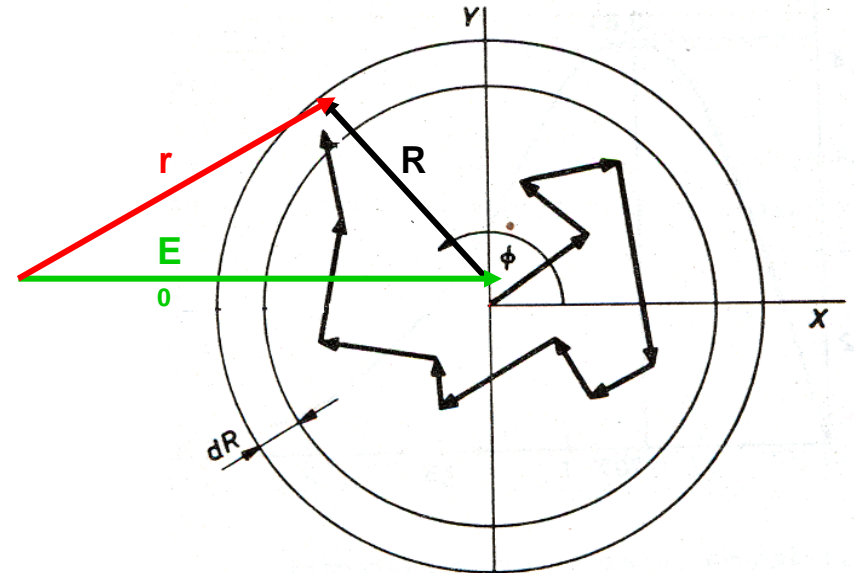
## 3. Nakagami-jeva statistika

- Posebni primeri

# Statistika polja

## LOS:

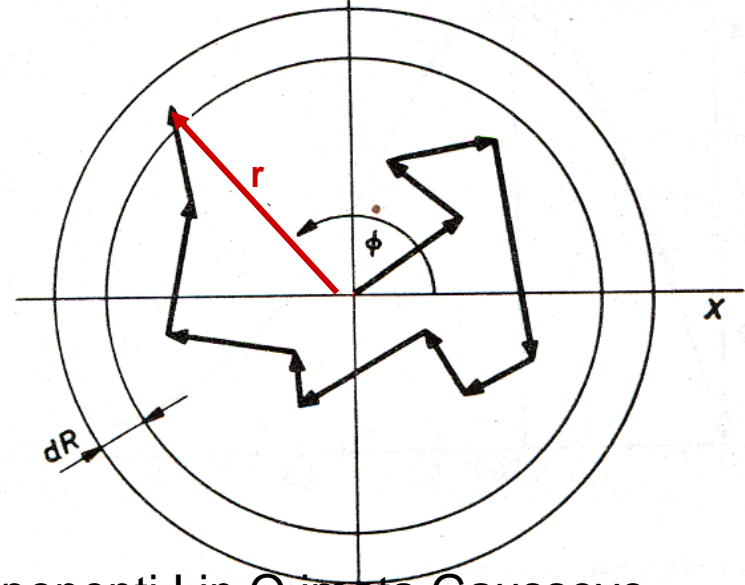
Prevladujoč direktni val, ki ga spremlja množica amplitudno izenačenih odbitih valov.



## Rice-ova statistika.

## NLOS:

Množica amplitudno izenačenih odbitih valov v odsotnosti prevladujočega vala:

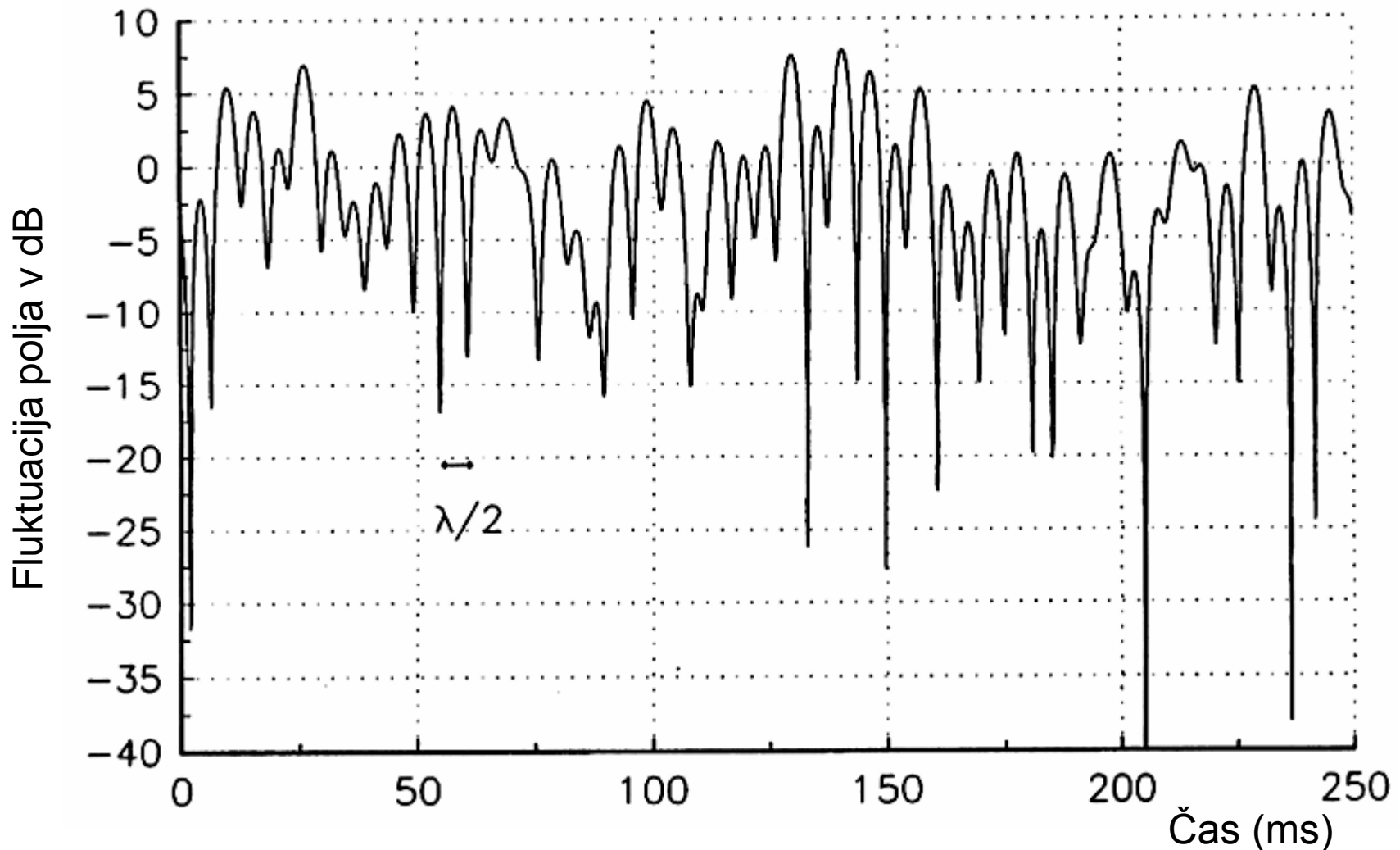


- Komponenti I in Q imata Gaussovo porazdelitev z nično srednjo vrednostjo<sub>44</sub>

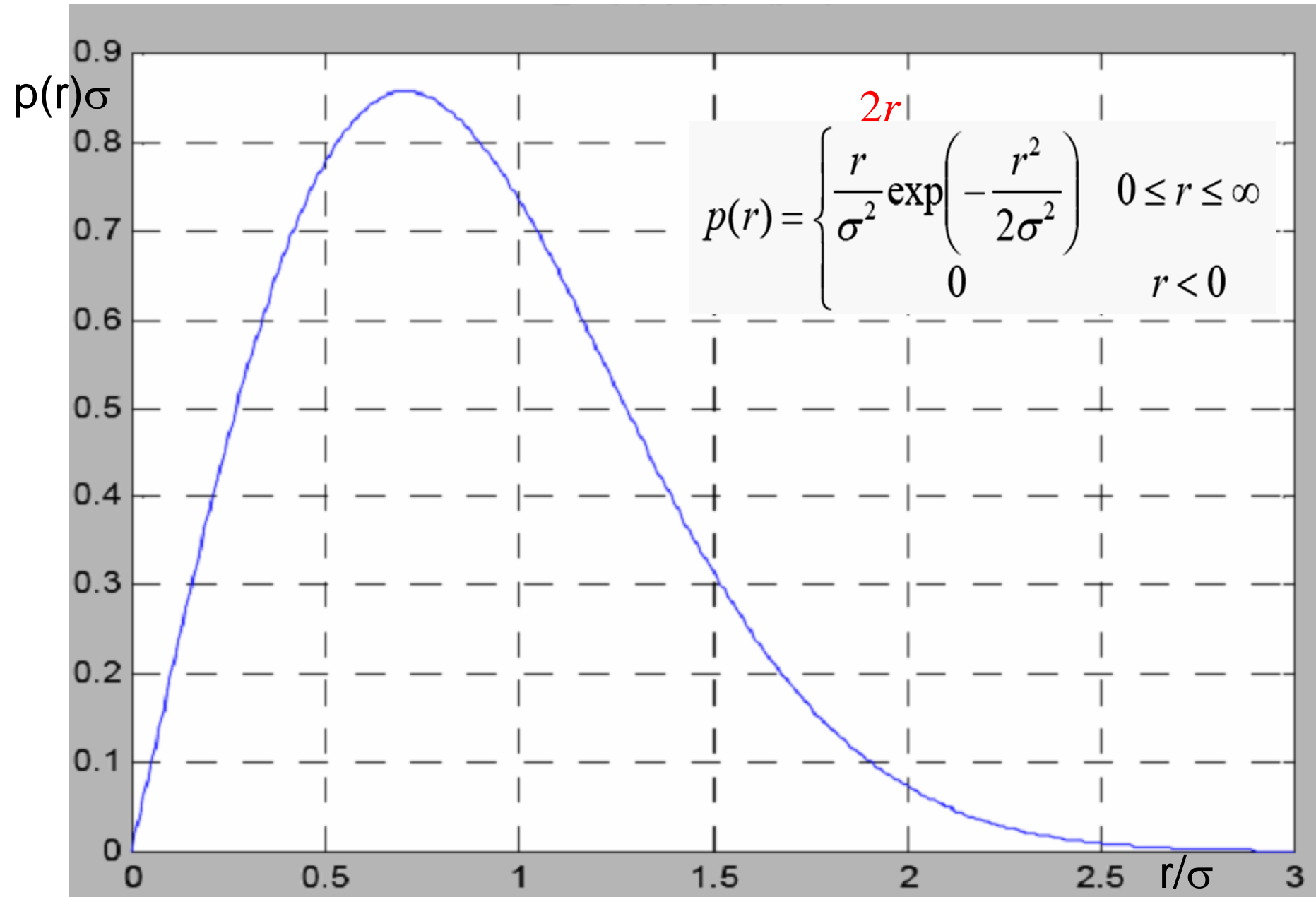
## Rayleigh-jeva statistika.

# Rayleigh-jev presih pri 900 MHz

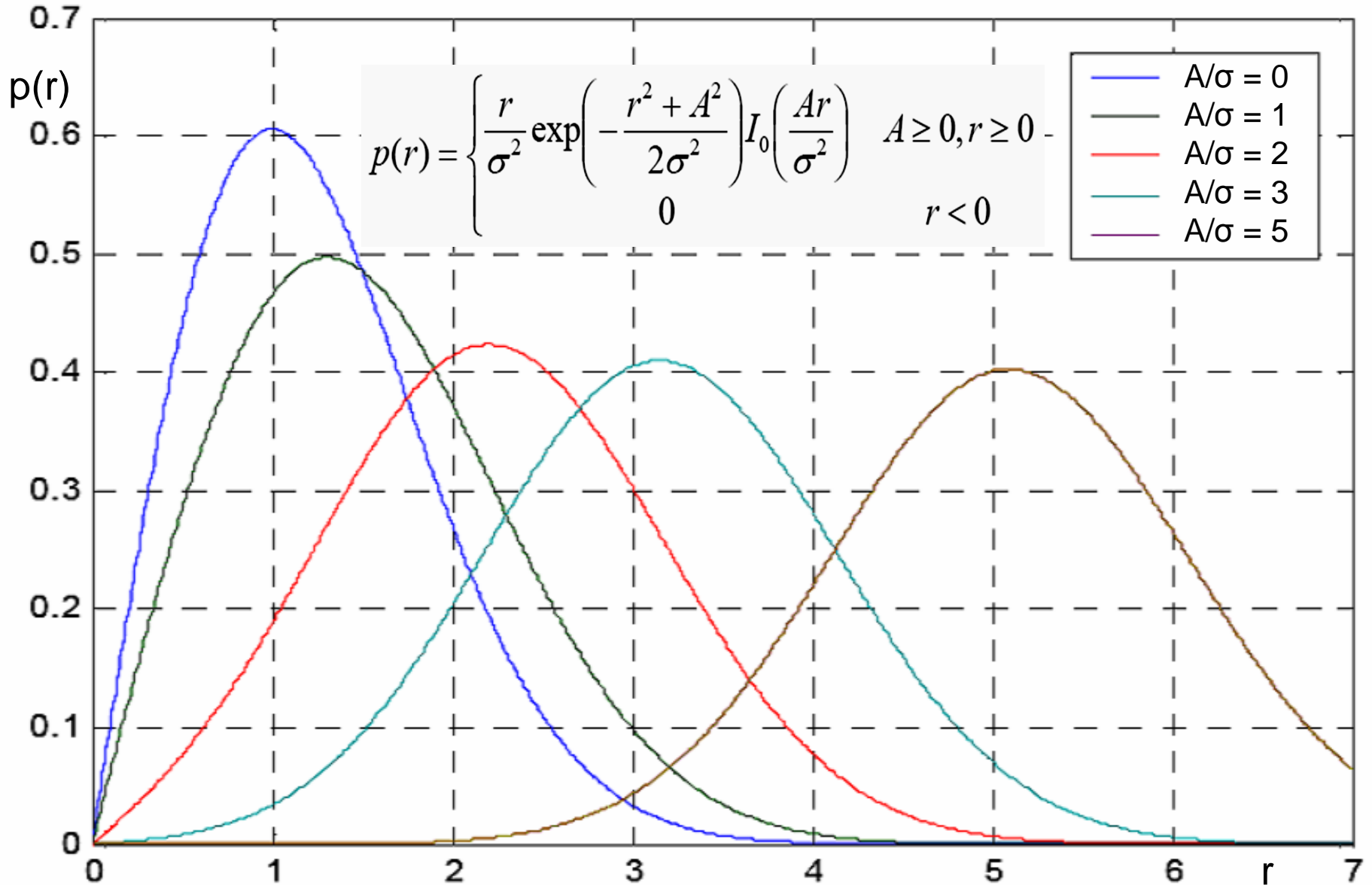
Hitrost vozila 120 km/h



# Porazdelitev verjetnosti po Rayleighu



# Rice-ova porazdelitev verjetnosti



# Log-normalna porazdelitev

- Log-normalna porazdelitev se uporablja za dolgi presih pri opisu počasnih sprememb slabljenja zaradi zasenčitve signala ali drugačne oslabitve.

$$f(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma E} \exp\left(\frac{-(\ln E - \mu)}{2\sigma^2}\right)$$

Logaritem amplitude polja se ravna po normalni porazdelitvi



# Nakagami-jeva porazdelitev

Porazdelitev se je uspešno uporabljala pri obravnavi propagacije v ionosferi. V mobilnih komunikacijah je porazdelitev ustrezna v primerih, ko imamo skupino neodvisnih in identično porazdeljenih Rayleighovih množic s približno enako in veliko časovno razpršitvijo.

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega} r^2\right)}{\Gamma(m)\Omega^m}$$

Pri  $m = 1$  gre v Rayleigh-jevo porazdelitev.

# Dualnost

Parametri mobilnega mnogosteznega kanala, določeni za časovno oz. frekvenčno razpršitev signala, so med seboj dualni (dualnost frekvenca – čas)

Časovni prostor:

Frekvenčni prostor:

Razpršitev časa

Razpršitev frekvence

$\tau_{\text{RMS}}$  ( $T_s$ ) trajanje razpršenega signala

$f_D$  širina polpasu spektra

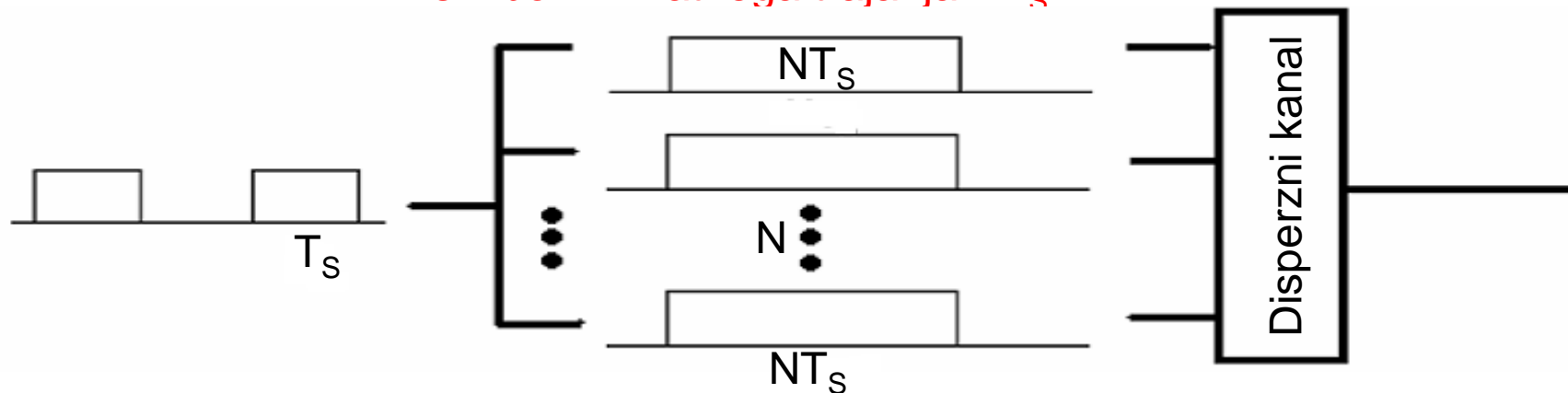
$B_c$  širina pasu korelacije

$T_c$  čas trajanja korelacije

# Mnogonosilniški OFDM

OFDM je tehnika za spremembo frekvenčno selektivnega fedinga v ravni feding

$N$  število vzporednih kanalov s  
simboli  $N$ -kratnega trajanja  $NT_s$

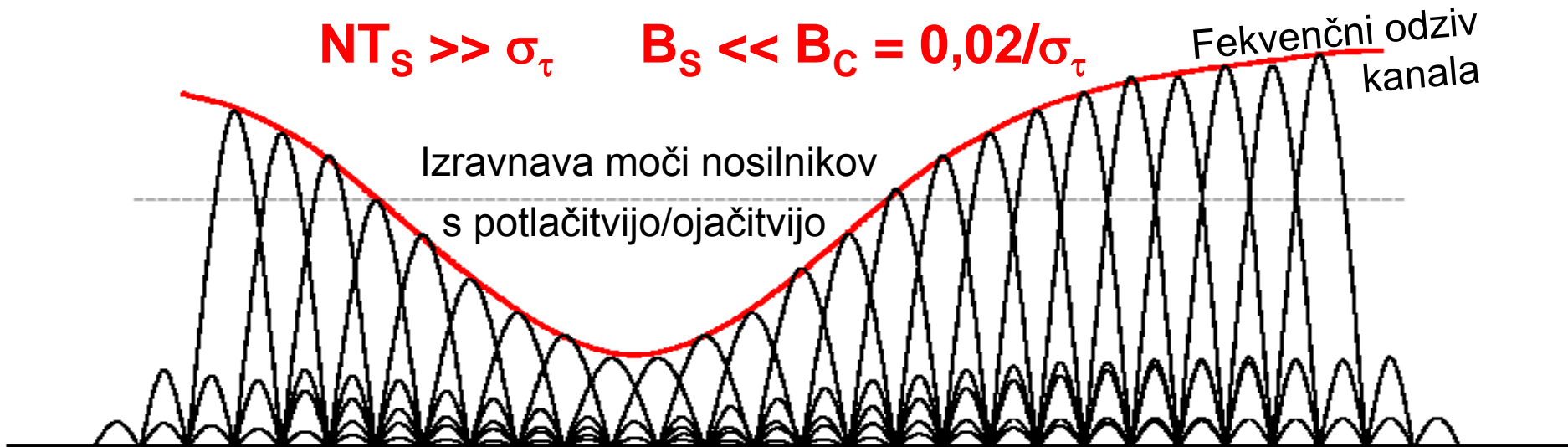


$$NT_s \gg \sigma_\tau$$

$$B_s \ll B_c = 0,02/\sigma_\tau$$

Frekvenčni odziv  
kanala

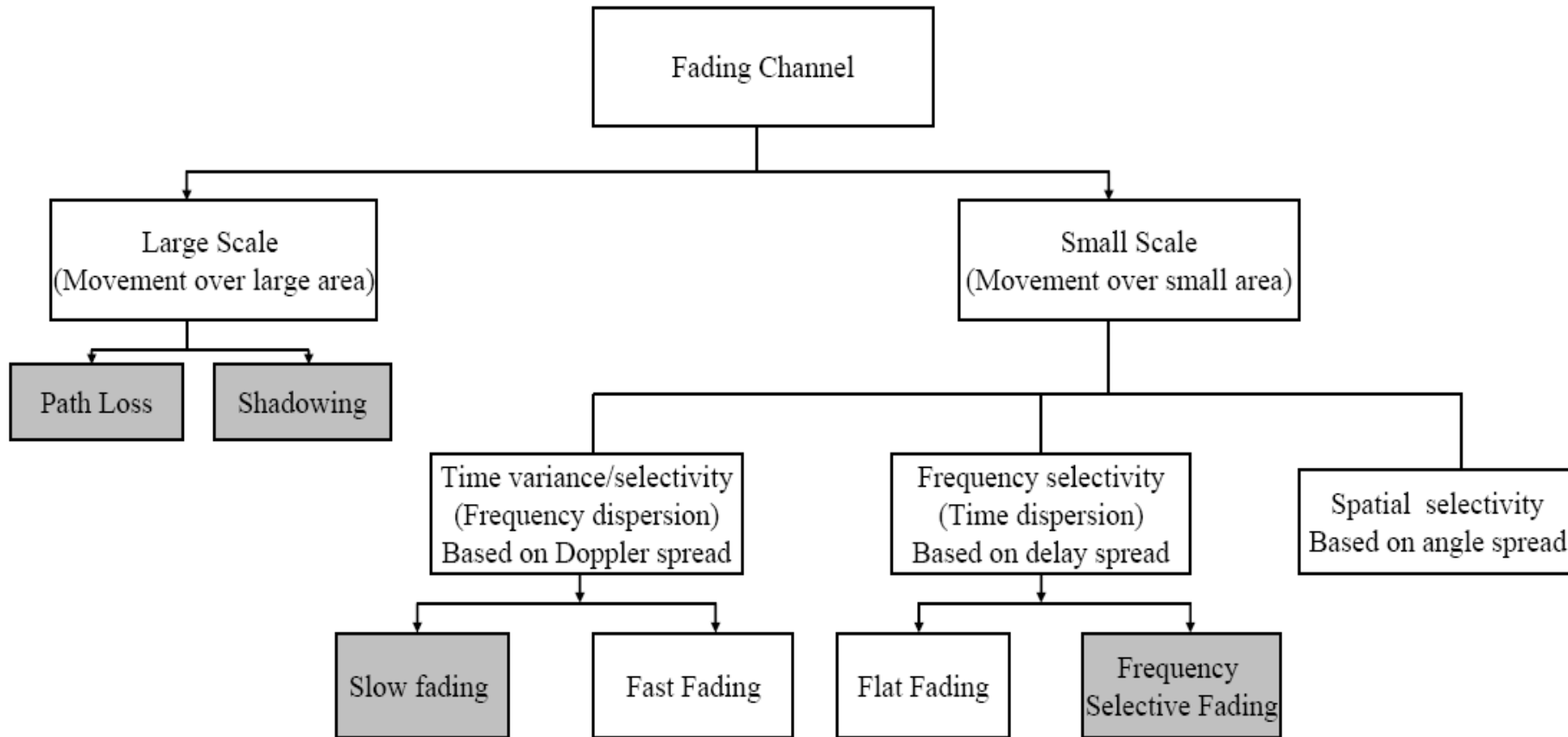
Izravnava moči nosilnikov  
s potlačitvijo/ojačitvijo



# Sklep

May 2005

doc.: IEEE 15-05-0261-00-003c



- Negligible variation of CIR in one symbol duration
- Coherence time  $>$  symbol period
- Signal BW  $\gg$  Doppler spread

- Fast variation of CIR in one symbol duration
- Coherence time  $<$  symbol period
- Signal BW  $<$  Doppler spread
- Pulse shape distortion

- Narrowband channel
- RMS delay spread  $<$  Symbol Period
- Signal BW  $<$  Coherence BW
- Loss in SNR
- Coherence BW set an

- Wideband channel
- RMS delay spread  $>$  Symbol Period
- Signal BW  $>$  Coherence BW
- ISI and irreducible BER

# Dodatek

# Razvrstitev

## Small scale fading: classification

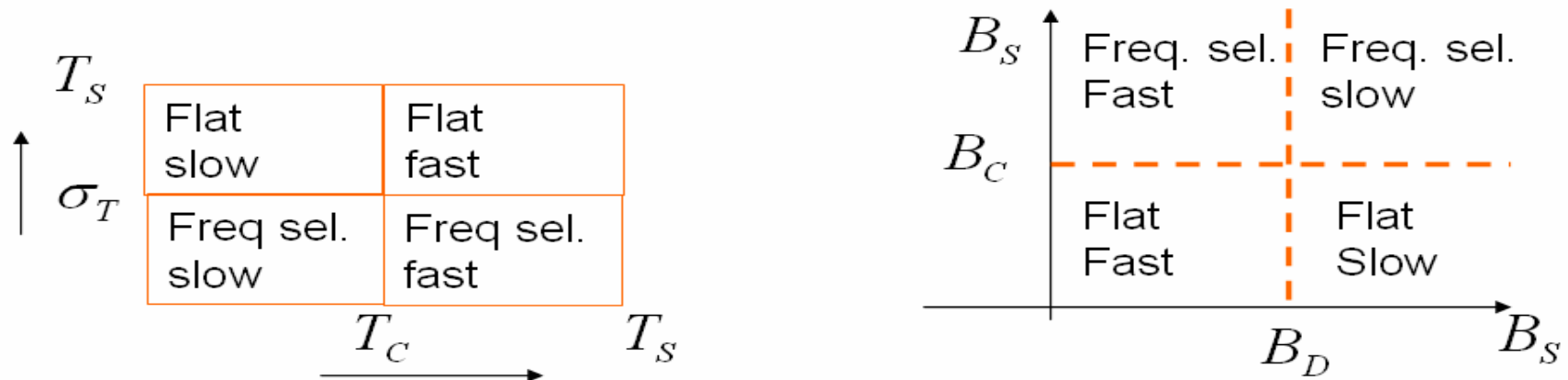
- **Fast fading** – channel impulse response changes rapidly within the symbol duration  $T_S$

$$\begin{array}{l} B_S < B_D \\ T_S > T_C \end{array}$$

- **Slow fading** – channel impulse response changes at a rate much slower than the transmitted symbol bandwidth

$$\begin{array}{l} B_S \gg B_D \\ T_S \ll T_C \end{array}$$

Summary of channel fading characteristics



# Primer razpršitve signala

