

16. Zemeljsko ozračje

Zrak pogosto obravnavamo povsem enako kot prazen prostor (vakuum), ki za radijsko valovanje nima dielektričnih $\epsilon \approx \epsilon_0$ lastnosti niti feromagnetnih $\mu \approx \mu_0$ lastnosti niti izgub $\gamma \approx 0$. Pri tlaku $p \approx 1 \text{ bar}$ so plini sicer za tri velikostne razrede redkejši od tekočin in trdnih snovi, vendar še vedno učinkujejo na elektromagnetno valovanje. Radijske valove ločijo od svetlobe rezonance molekul zraka, kjer v vmesnem področju slabljenje preseže -1000 dB/km .

Učinki na elektromagnetno valovanje se razlikujejo glede na gostoto in sestavo ozračja. Gostota ozračja zvezno upada z višino vse do "praznine" vesolja, ki sploh ni dober vakuum! Mejo ozračja Zemlje preprosto postavimo tja, kjer prevladajo delci Sončevega vetra. Temperatura ozračja z nadmorsko višino h upada (troposfera, mezosfera) oziroma z nadmorsko višino h narašča (stratosfera, termosfera) zaradi različnih fizikalnih pojavov:

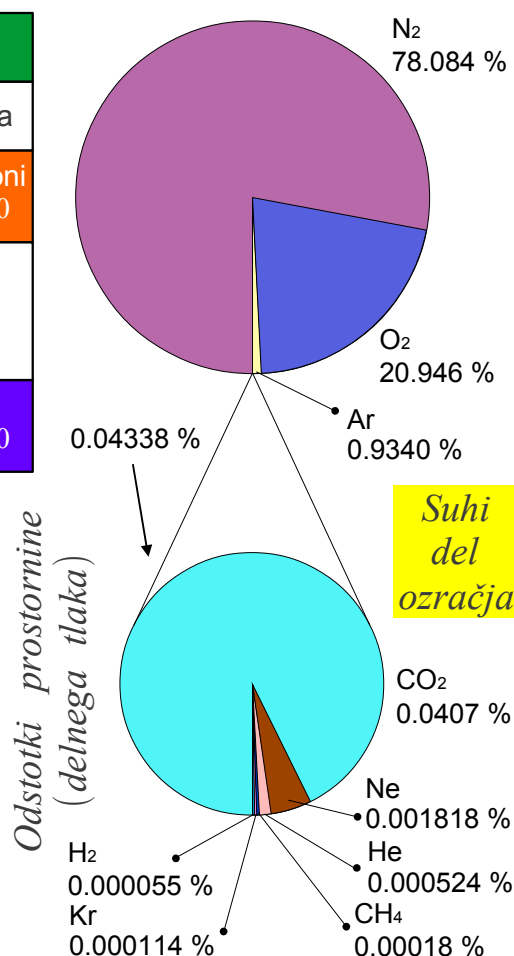
| Plast ozračja | Višina h | Temperatura | EM učinek |
|---------------|------------|-------------------|--|
| Eksosfera | >700km | $dT/dh \approx 0$ | Praznina vesolja |
| Termosfera | 80km–700km | $dT/dh > 0$ | Ionosfera elektroni $\epsilon_r(\omega) < 1$ $\gamma(\omega) > 0$ |
| Mezosfera | 50km–80km | $dT/dh < 0$ | Brez večjega učinka (O_3) |
| Stratosfera | 12km–50km | $dT/dh > 0$ | |
| Troposfera | 0–12km | $dT/dh < 0$ | Nevtralni plini $\epsilon_r(\omega) > 1$ $\gamma(\omega) > 0$ |

Mokri del ozračja

0.4% vodne pare v povprečju
1% vodne pare ob gladini morja
5% vodne pare v vročih tropskih krajih

vsebnost vodne pare hitro upada s temperaturo/višino

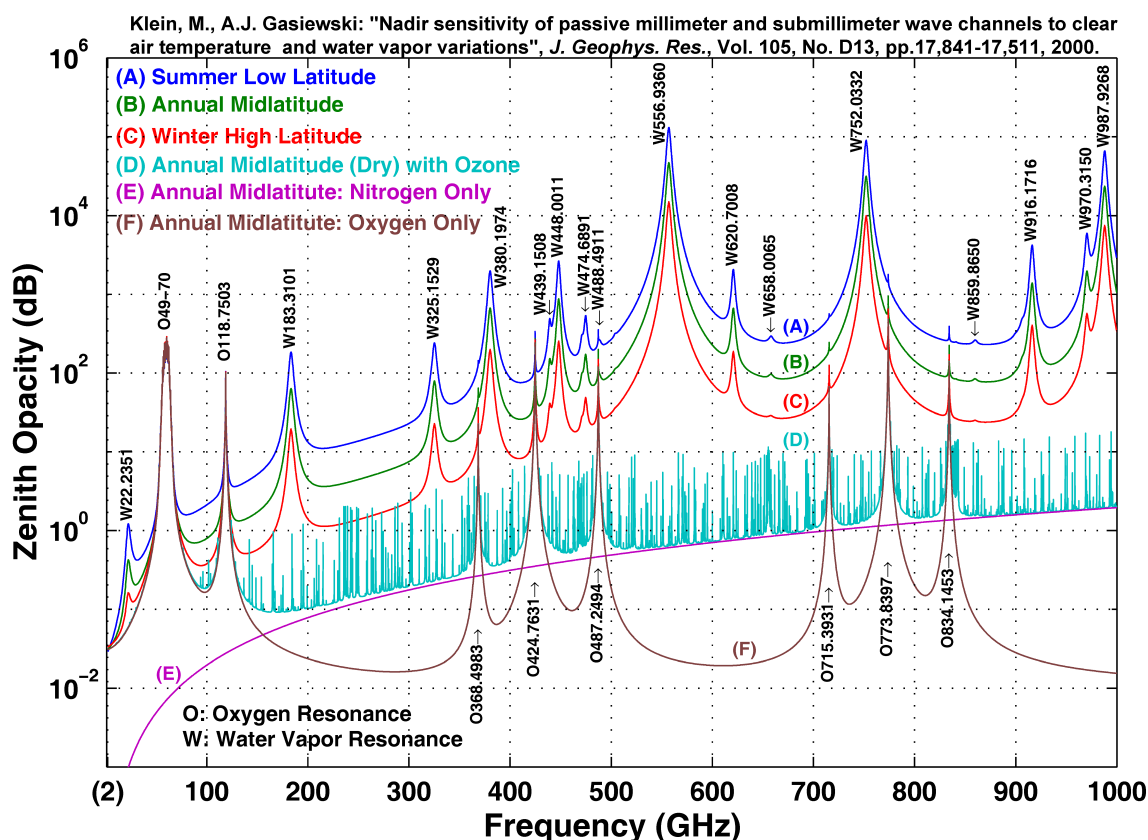
Sestava zemeljskega ozračja



Odstotke sestavin ozračja običajno pišemo kot prostorninske deleže

oziroma delne tlake plinastih sestavin. Molekula kisika O_2 je le malenkost težja od molekule dušika N_2 oziroma atomov argona Ar . Pač pa so molekule vodne pare H_2O skoraj pol lažje od molekule kisika, zato je masni delež vodne pare skoraj pol manjši od njenega prostorninskega deleža. Vodna para je prozoren plin, ki ga ne vidimo za razliko od oblakov iz kapljic tekoče vode oziroma iz kristalčkov ledu.

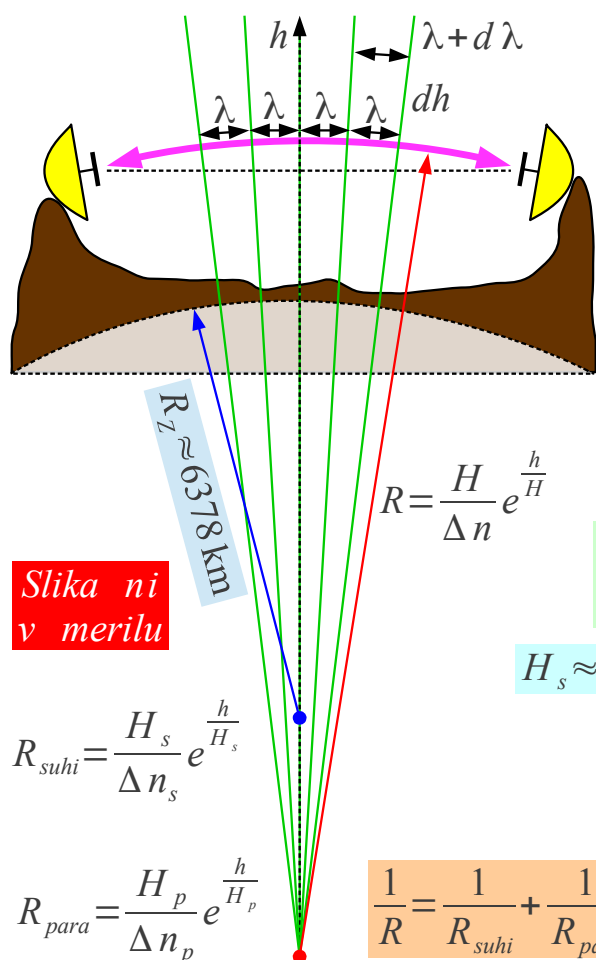
Od vseh sestavin ozračja brez oblakov imata na radijske valove največji učinek vodna para H_2O in molekularni kisik O_2 . Vodna para ima najnižjo rezonančno frekvenco $f \approx 22\text{GHz}$, molekularni kisik O_2 pa več rezonanc v frekvenčnem pasu okoli $f \approx 60\text{GHz}$. Ozon O_3 v stratosferi šibko vpija številne ozke črte:



Zenitno slabljenje zemeljskega ozračja

Slabljenje vodne pare pri frekvenci $f \approx 22\text{GHz}$ zelo niha okoli povprečne vrednosti -0.2dB/km tik nad morsko gladino glede na vsebnost vodne pare, ki s temperaturo narašča. Slabljenje kisika v pasu $f \approx 60\text{GHz}$ dosega -14dB/km tik nad morsko gladino. Izredno močna rezonanca vodne pare pri $f \approx 557\text{GHz}$ dodaja širokopasovno slabljenje tudi na dosti nižjih frekvencah v pasu $20\text{GHz} < f < 200\text{GHz}$.

Lomni količnik ozračja se za radijske valove in vidno svetlobo le malenkost razlikuje od enote. Odstopanje lomnega količnika od enote $\Delta n e^{-h/H}$ v troposferi eksponentno upada z višino po barometerski enačbi. Kljub močnim rezonancam kisika okoli $f \approx 60\text{GHz}$ odstopanje lomnega količnika Δn upade za manj kot odstotek pod $f < 100\text{GHz}$ in se razpolovi za vidno svetlobo:



Lom radijskih valov v troposferi

Dobro premešano ozračje

$$n(h) = \sqrt{\epsilon_r(h)} \approx 1 + \Delta n e^{-h/H}$$

Suhi del

$$H_s \approx \begin{cases} 9\text{km} & \text{poleti} \\ 8\text{km} & \text{pozimi} \end{cases}$$

$$\Delta n_s \approx \begin{cases} 0.0003 & \text{radio} \\ 0.00015 & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Podobni trikotniki $\frac{\lambda}{R} = \frac{\lambda + d\lambda}{R + dh} = \frac{d\lambda}{dh}$

$$\lambda(h) = \frac{\lambda_0}{n(h)} \rightarrow \frac{d\lambda}{dh} = -\frac{\lambda_0}{n^2} \frac{dn}{dh} \approx \lambda \frac{\Delta n}{H} e^{-h/H}$$

$$H_s \approx 8.5\text{km} \rightarrow R_{sui}(h=0) \approx 28300\text{km} \text{ (radio)}$$

Upoštevanje vodne pare $H_p \approx 1.5\text{km}$

$$n(h) \approx 1 + \Delta n_s e^{-h/H_s} + \Delta n_p e^{-h/H_p}$$

$$R_{sui} = \frac{H_s}{\Delta n_s} e^{\frac{h}{H_s}}$$

$$R_{para} = \frac{H_p}{\Delta n_p} e^{\frac{h}{H_p}}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{sui}} + \frac{1}{R_{para}}$$

$$R(h=0) \approx \begin{cases} 25000\text{km} & \text{radio} \\ 50000\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Majhne spremembe lomnega količnika z višino imajo velik učinek na vodoravno radijsko zvezo ali svetlobno opazovanje. Ker lomni količnik upada z višino, se valovne fronte pahljačasto odpirajo. Iz podobnih trikotnikov lahko izračunamo krivinski polmer loka R , po katerem potuje valovanje. V zemeljskem ozračju niti svetloba ne potuje premočrtno!

V dobro premešanem ozračju je razmeroma preprosto določiti lom radijskih valov oziroma svetlobe v suhih sestavinah: dušik, kisik, argon. Poleti se ozračje otopli in napihne, da konstanta v eksponentu naraste na

$H_s \approx 9\text{km}$. Pozimi se ozračje ohladi in skrči, da konstanta v eksponentu upade na $H_s \approx 8\text{km}$. Povprečna vrednost $H_s \approx 8.5\text{km}$ daje krivinski

polmer radijskih valov $R_{suhi} \approx 28300\text{km}$ v popolnoma suhem ozračju brez vodne pare tik nad morsko gladino.

Težje je določiti učinek vodne pare, ker se njen delež v ozračju zelo spreminja. Tlak nasičenja vodne pare hitro upada s temperaturo, zato delež vodne pare hitro upada z nadmorsko višino. Razmeroma majhna konstanta $H_p \approx 1.5\text{km}$ zelo povečuje lom valovanja v prisotnosti vodne pare.

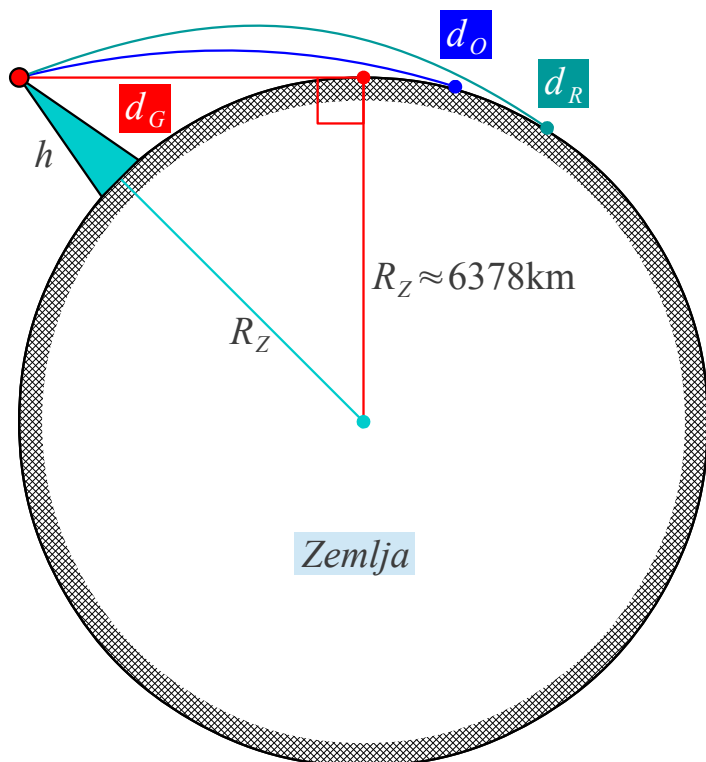
Obratno vrednost krivinskega polmera imenujemo ukrivljenost $1/R$. Skupna ukrivljenost $1/R = 1/R_{suhi} + 1/R_{para}$ je vsota ukrivljenosti suhega dela in vodne pare. Skupni krivinski polmer znaša približno $R \approx 25000\text{km}$ tik nad gladino morja za radijske valove in dvakrat več za svetlobo. Skupni krivinski polmer narašča z nadmorsko višino in postane neskončno velik v praznini vesolja.

Geometrijsko vidljivost d_G iz stolpa ali vzpetine določene višine h do obzorja določa Pitagorov izrek. Optična vidljivost $d_o > d_G$ je večja od geometrijske, ker se svetloba širi po loku. Radijska vidljivost $d_R > d_o$ je še večja od optične, ker radijski valovi še bolj ukrivljajo proti površju Zemlje od svetlobnih žarkov.

Računanje z ukrivljenostmi zelo poenostavi določanje vidljivosti. Od ukrivljenosti Zemlje preprosto odštejemo ukrivljenost žarka valovanja $1/R_Z - 1/R = 1/R_{eff}$. Namesto resničnega polmera Zemlje R_Z vstavimo v Pitagorov izrek efektivni polmer Zemlje R_{eff} .

Efektivni polmer Zemlje v dobro premešanem ozračju znaša tik nad gladino morja približno $R_{eff} \approx 8650\text{km} \approx 4/3 R_Z$ štiri tretjine resničnega polmera Zemlje. Razmerje $R_{eff}/R_Z = K$ označimo z veliko črko K . Ko bi na našem planetu imeli štirikrat gostejše ozračje enake sestave z zračnim tlakom $p \approx 4\text{bar}$, bi šel efektivni polmer v neskončnost $R_{eff} \rightarrow \infty$.

Radijski valovi bi pri dovolj visokem zračnem tlaku $p \geq 4\text{bar}$ lahko preprosto sledili ukrivljenosti Zemlje. Svetloba se manj lomi, zato je efektivni polmer Zemlje za svetlobo komaj $R_{eff} \approx 7310\text{km}$ tik nad gladino morja. Kljub temu na površini planeta Venera pri $p \approx 93\text{bar}$ večinoma CO_2 obzorja ni...

Slika ni
v meriluOzračje $n(h)$ 

Geometrijska, optična in radijska vidljivost

$$R \approx \begin{cases} 25000\text{km} & \text{radio} \\ 50000\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Odštevanje ukrivljenosti

$$\frac{1}{R_{\text{eff}}} = \frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}$$

$$R_{\text{eff}} \approx \begin{cases} 8560\text{km} & \text{radio} \\ 7310\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

$$K = \frac{R_{\text{eff}}}{R_Z} \approx \frac{4}{3} \quad (\text{radio})$$

Geometrijska vidljivost

$$d_G = \sqrt{(R_Z + h)^2 - R_Z^2} \approx \sqrt{2 R_Z h}$$

$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow d_G \approx 35.7\text{km}$$

Optična/radijska vidljivost

$$d = \sqrt{(R_{\text{eff}} + h)^2 - R_{\text{eff}}^2} \approx \sqrt{2 R_{\text{eff}} h}$$

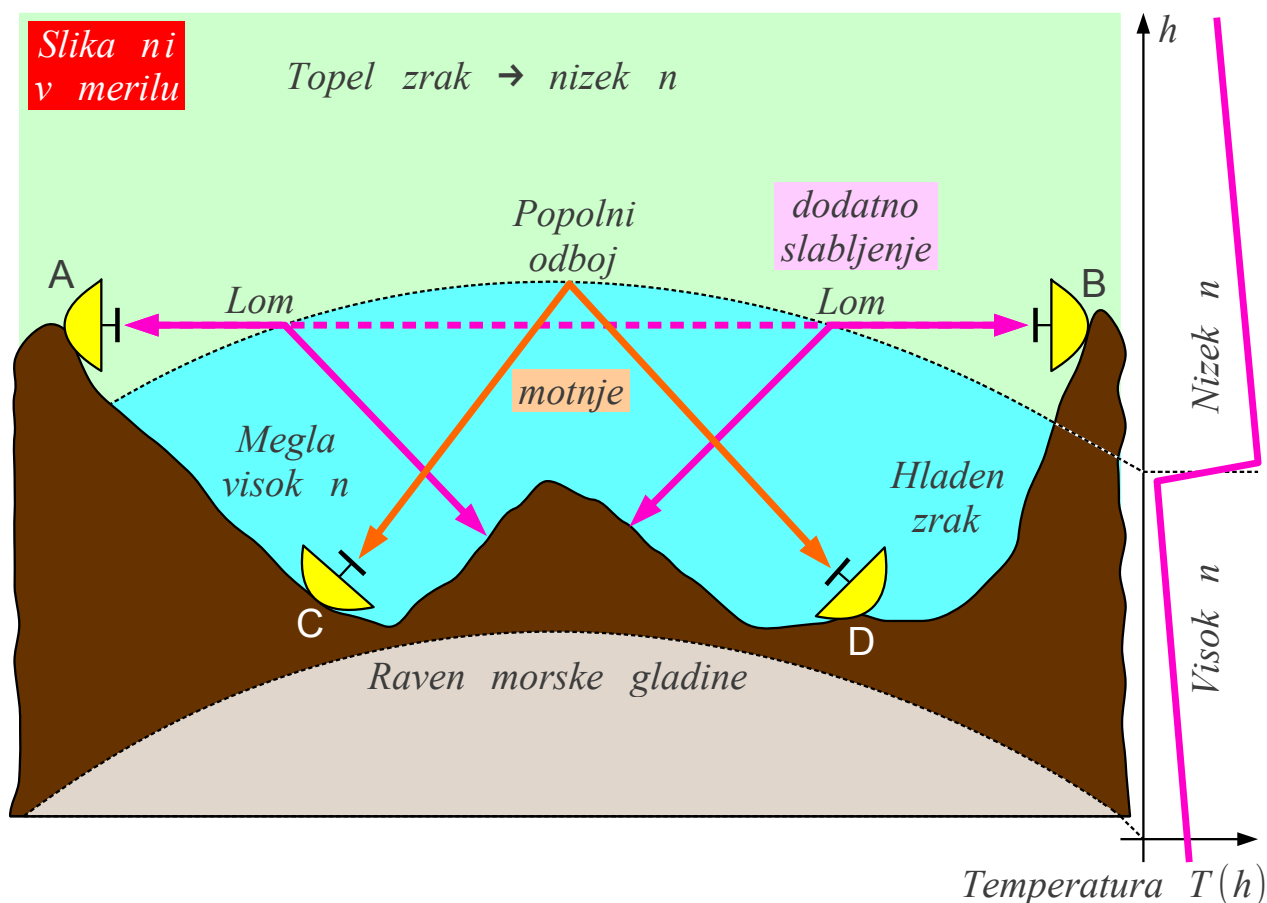
$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow$$

$$d \approx \begin{cases} 41.4\text{km} & \text{radio} \\ 38.2\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Efektivni polmer upada z nadmorsko višino proti resničnemu polmeru Zemlje $R_{\text{eff}} \rightarrow R_Z$. Pri višini stolpa oziroma vzpetine $h=100\text{m} \ll H_s, H_p$ smemo spremembe krivinskega polmera žarkov in efektivnega polmera Zemlje z nadmorsko višino zanemariti. Gledano iz višine $h=100\text{m}$ se nahaja geometrijsko obzorje na oddaljenosti $d_G=35.7\text{km}$, vidno obzorje na razdalji $d_O=38.2\text{km}$ in radijsko obzorje na razdalji $d_R=41.4\text{km}$.

Pojavi v zemeljskem ozračju niso preprosti. Poleg velikih sprememb vsebnosti vodne pare sploh ni nujno, da je ozračje dobro premešano. V primeru temperaturne inverzije hladen zrak v dolinah prekriva toplejši zrak v višinah. Potek lomnega količnika z nadmorsko višino tedaj ne sledi barometerski enačbi. Običajni $K \approx 4/3$ lahko postane v določenih razmerah tudi manjši od enote $K < 1$.

Lom valovanja na meji temperaturne inverzije lahko dodatno poveča slabljenje radijske zveze med točkama A in B na sliki. Popolni odboj na meji toplotne inverzije lahko vzpostavi radijsko vidljivost med točkama C in D na sliki, kar lahko pomeni nepredvidene motnje:



Temperaturna inverzija

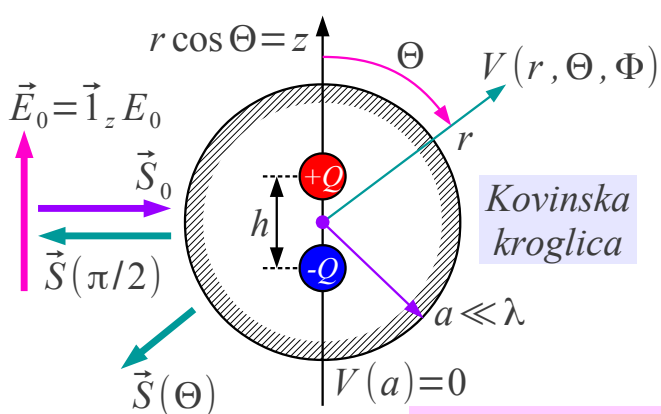
Temperaturna inverzija ni omejena na meglo v ozkih gorskih dolinah, pač pa se v vodoravni smeri lahko razteza na stotine ali celo tisoče kilometrov čez morje. Temperaturna inverzija lahko prekine skrbno načrtovano mikrovalovno zvezo z visoko zalogo dometa oziroma silno poveča domet radarja na krovu vojaške ladje. Kljub skrbnemu načrtovanju radijske zveze njenega presiha ne moremo povsem preprečiti, kar je snov naslednjega poglavja.

Poleg plinov so v ozračju prisotne tudi tekočine, večinoma kot dežne kapljice in trdne snovi, večinoma kot snežinke. Vodne pare ne vidimo. Vidni oblaki so sestavljeni iz dežnih kapljic oziroma snežink. Ker so dežne kapljice in snežinke dosti večje $a \gg \lambda$ od valovne dolžine vidne svetlobe, njihova odmevna površina ni odvisna od barve niti od polarizacije svetlobe. Velja približek za veliko prevodno kroglo $\sigma \approx \pi a^2$. Oblake iz dežnih kapljic oziroma snežink zato vidimo bele barve.

Dežne kapljice oziroma snežinke so običajno dosti manjše $a \ll \lambda$ od valovne dolžine radijskih valov. Odboj elektromagnetnega valovanja na delcih, ki so dosti manjši od valovne dolžine, imenujemo Rayleighjevo sipanje. Rayleighjevo sipanje je obratno sorazmerno četrti potenci valovne dolžine. Odboj v prečni smeri na širjenje valovanja je premo polariziran.

Rayleighjevo sipanje izpeljemo iz odmevne površine majhne kovinske ali dielektrične kroglice. Ker je kroglica $a \ll \lambda$ dosti manjša od valovne dolžine, smemo računati električno polje \vec{E} v njeni neposredni bližini preko enačb elektrostatične.

Na površini kovinske kroglice mora biti potencial konstanten oziroma enak nič $V(r=a)=0$. Daleč proč od kroglice mora biti potencial nemoten $V(r \rightarrow \infty) = -E_0 z$. Elektrostatično nalogo reši točkasti električni dipol Qh v središču kroglice. Zveznost toka in elektrine zahteva, da isti električni dipol seva kot tokovni element Ih v dinamiki:



Prazen prostor $\Delta V + k^2 V = 0$

$a \ll \lambda \rightarrow$ Statika $\Delta V \approx 0$

Pogoja $V(a)=0$ in $V(\infty) = -E_0 z$

$$V(r, \Theta, \Phi) = E_0 \left(-r + \frac{a^3}{r^2} \right) \cos \Theta$$

Statika $V(r, \Theta, \Phi) = \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \Theta}{r^2}$

Zveznost $I = j\omega Q$

Sevanje točkastega dipola $\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} Ih \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$

$$Qh = 4\pi\epsilon_0 a^3 E_0 \rightarrow Ih = 4\pi\epsilon_0 j\omega a^3 E_0 \rightarrow \vec{E} \approx -\vec{1}_\Theta k^2 a^3 E_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

Gostota sevane moči $\vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r k^4 a^6 \frac{|E_0|^2}{2Z_0} \frac{\sin^2 \Theta}{r^2} = \vec{1}_r k^4 a^6 |\vec{S}_0| \frac{\sin^2 \Theta}{r^2}$

$$\vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{S}_0| \sigma}{4\pi r^2} \quad \& \quad \sin \Theta = 1 \rightarrow \sigma = 4\pi r^2 \frac{|\vec{S}(\pi/2)|}{|\vec{S}_0|} = 4\pi k^4 a^6 = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4}$$

Odmevna površina majhne krogle

Dielektrična kroglica $\sigma = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$

Dežna
kapljica

$$\sigma = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 (2a)^6$$

$$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 = |K|^2 \equiv \text{delektrični faktor}$$

$$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \approx \begin{cases} 0.93 & (\text{voda } \epsilon_r \approx 80) \\ 0.207 & (\text{led } \epsilon_r \approx 3.5) \\ 1 & (\text{kovina } \epsilon_r \rightarrow \infty) \end{cases}$$

Naključna faza $\rightarrow \sigma = \sum_i \sigma_i$

$$Z = \frac{1}{\Delta V} \sum_i (2a_i)^6 \equiv \text{faktor odboja}$$

$$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z \leftarrow Z [\text{m}^3]$$

Dež $\sigma = V \eta = V \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z$

Odmevna površina padavin

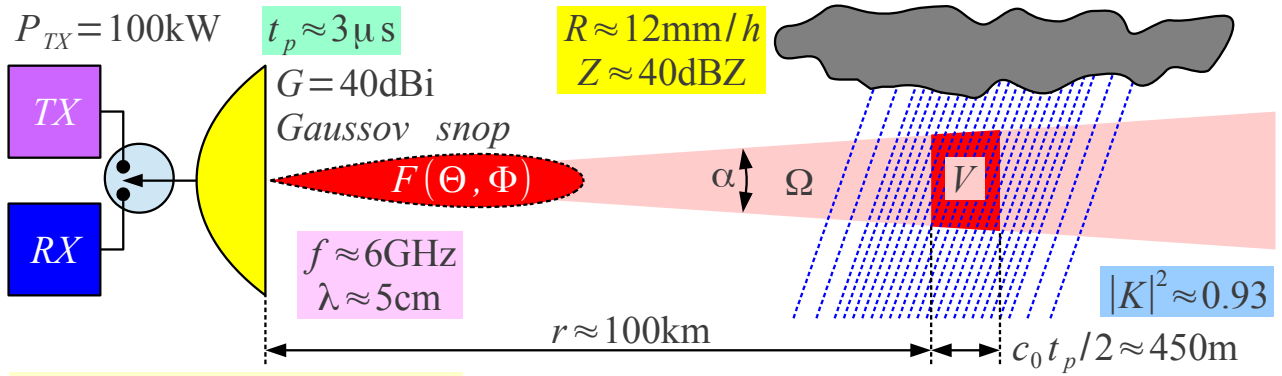
J. S. Marshall & W. M. Palmer 1948

$$R \left[\frac{\text{mm}}{\text{h}} \right] \equiv \text{jakost padavin}$$

$$Z \left[\frac{\text{mm}^6}{\text{m}^3} \right] = 200 R^{1.6} \quad R = \left(\frac{Z}{200} \right)^{0.625}$$

$$Z_{\text{dBZ}} = 10 \log_{10} \frac{Z}{Z_0} \quad Z_0 = \frac{1 \text{ mm}^6}{1 \text{ m}^3} = 10^{-18} \text{ m}^3$$

| Padavine | R[mm/h] | Z[dBZ] | Z[m ³] | Barva |
|----------|---------|--------|------------------------------------|-------|
| Toča | 205mm/h | 60dBZ | 10 ⁻¹² m ³ | |
| | 100mm/h | 55dBZ | 3·10 ⁻¹³ m ³ | |
| Naliv | 49mm/h | 50dBZ | 10 ⁻¹³ m ³ | |
| | 24mm/h | 45dBZ | 3·10 ⁻¹⁴ m ³ | |
| Dež | 12mm/h | 40dBZ | 10 ⁻¹⁴ m ³ | |
| | 5.6mm/h | 35dBZ | 3·10 ⁻¹⁵ m ³ | |
| | 2.7mm/h | 30dBZ | 10 ⁻¹⁵ m ³ | |
| Rosenje | 1.3mm/h | 25dBZ | 3·10 ⁻¹⁶ m ³ | |
| | 0.6mm/h | 20dBZ | 10 ⁻¹⁶ m ³ | |



$$\vec{S}_0 = \vec{1}_r \frac{P_{TX} G}{4\pi r^2} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}$$

$$dV = \frac{c_0 t_p}{2} r^2 d\Omega$$

$$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 Z$$

$$40\text{dBZ} = 10^{-14} \text{m}^3$$

$$dP_{RX} = \frac{G \lambda^2}{4\pi} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} |d\vec{S}|$$

$$d\vec{S} = \frac{-\vec{S}_0}{4\pi r^2} \eta dV$$

Stožčast snop

$$F(\Theta) = \begin{cases} 1 & (\Theta < \alpha/2) \\ 0 & (\Theta > \alpha/2) \end{cases}$$

$$I = \Omega \approx \frac{4\pi}{G}$$

$$P_{RX} = \frac{P_{TX} G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 r^2} \eta \frac{c_0 t_p}{2} I \quad I = \iint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega$$

$$P_{RX} \approx \frac{P_{TX} G \lambda^2}{64 \pi^2 r^2} \eta c_0 t_p = \frac{P_{TX} G \pi^3 c_0 t_p |K|^2}{64 r^2 \lambda^2} Z \approx 1.62 \cdot 10^{-10} \text{W}$$

Gaussov snop

$$|F(\Theta)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3\text{dB}})^2 \ln 2}$$

$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3\text{dB}}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

Vremenski radar

$$P_{RX} \approx 162\text{pW} \approx -67.9\text{dBm}$$

$$I = \iint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega$$

$$\text{Gaussov snop } |F(\Theta)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2}$$

$$\text{Rotacijsko-simetričen snop } \alpha_E = \alpha_H = 2\Theta_{-3dB}$$

$$I = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \right)^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi$$

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}=0)|^2}{\iint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$\text{Kraussov približek} \\ D \approx \frac{\pi}{\Theta_{-3dB}^2}$$

$$I = 2\pi \int_0^\pi e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta$$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$I \approx 2\pi \int_0^\infty e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta$$

$$\Theta_{-3dB} \ll 1 \\ \sin \Theta \approx \Theta$$

$$D \approx \frac{2}{\int_0^\infty e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta}$$

$$u = (\Theta/\Theta_{-3dB})^2$$

$$\text{Brezizgubna} \\ \text{antena } G \approx D$$

$$I \approx \pi \Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-2u \ln 2} du = \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2}$$

$$G \approx \frac{4}{\Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-u \ln 2} du} = \frac{4 \ln 2}{\Theta_{-3dB}^2} \approx \frac{2.77}{\Theta_{-3dB}^2}$$

Gaussov snop

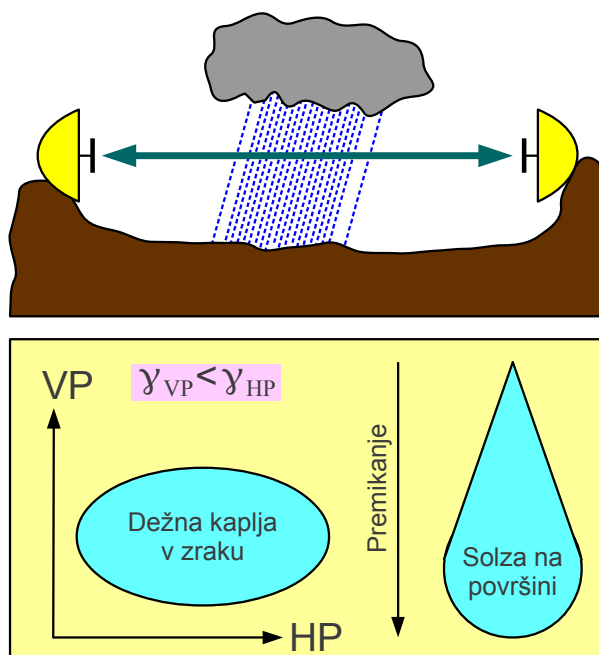
$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

$$\Theta_{-3dB}^2 \approx \frac{4 \ln 2}{G} \approx \frac{2.77}{G}$$

| Dielektrične lastnosti vode | | |
|-----------------------------|--|-------------------------|
| f | $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ | $n = \sqrt{\epsilon_r}$ |
| 300GHz | 5.81-j4.85 | 2.59-j0.94 |
| 150GHz | 6.75-j9.57 | 3.04-j1.57 |
| 100GHz | 8.26-j14.07 | 3.50-j2.01 |
| 60GHz | 12.69-j22.00 | 4.36-j2.52 |
| 30GHz | 26.40-j34.22 | 5.90-j2.90 |
| 18.5GHz | 42.54-j35.62 | 7.00-j2.54 |
| 16GHz | 50.00-j37.50 | 7.50-j2.50 |
| 11GHz | 61.16-j32.12 | 8.07-j1.99 |
| 6GHz | 73.72-j20.84 | 8.67-j1.20 |
| 4GHz | 76.08-j16.05 | 8.77-j0.92 |
| 3GHz | 78.30-j11.14 | 8.87-j0.63 |
| 2GHz | 79.32-j7.53 | 8.92-j0.42 |
| 1.43GHz | 80.92-j4.95 | 9.00-j0.28 |

Slabljenje padavin

$$\gamma = -a_{dB}/l$$



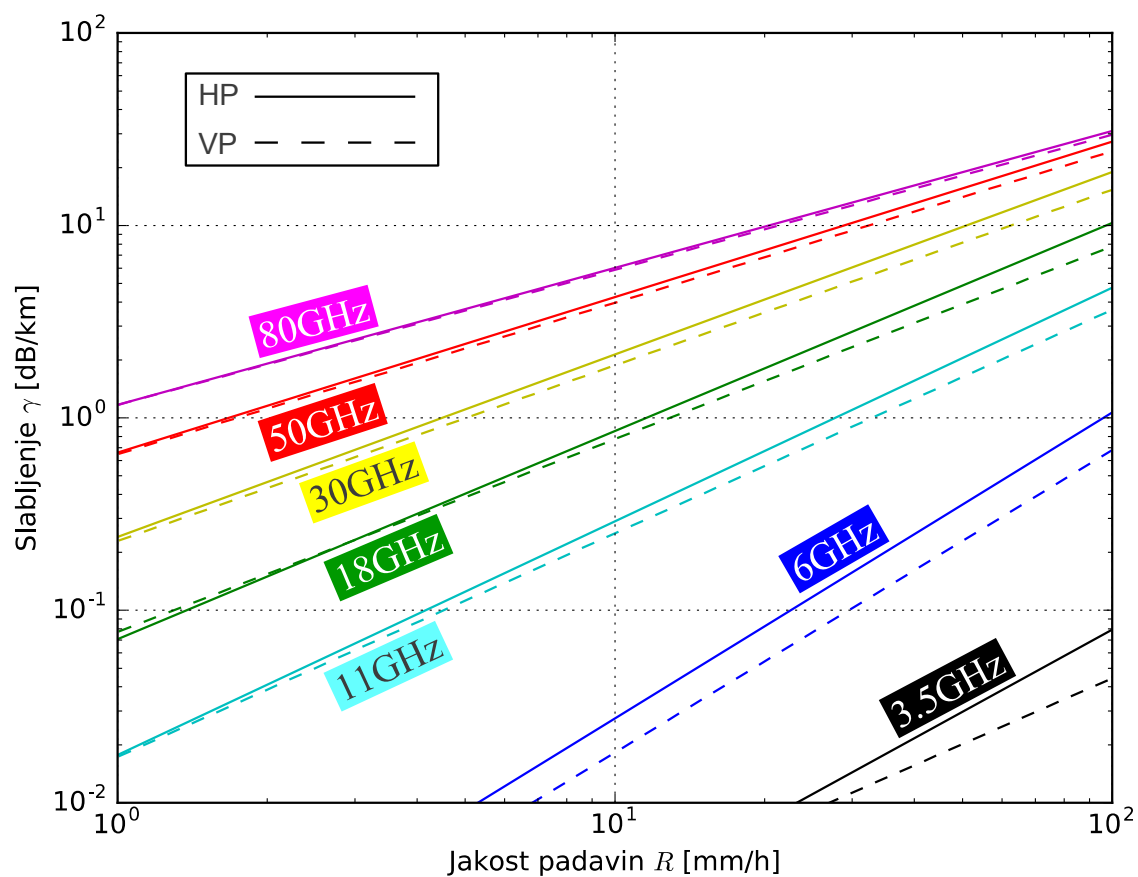
Priporočilo ITU-R P.838-3

$$\gamma[\text{dB/km}] = k(f)(R[\text{mm/h}])^{\alpha(f)}$$

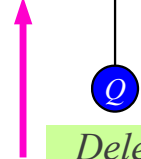
Enačbe/tabele za $k(f)$ & $\alpha(f)$
posebej za HP oziroma za VP

| $f(\text{GHz})$ | k_{HP} | α_{HP} | k_{VP} | α_{VP} |
|-----------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 3.5 | 0.0001155 | 1.4189 | 0.0002346 | 1.1387 |
| 6 | 0.0007056 | 1.5900 | 0.0004878 | 1.5728 |
| 11 | 0.01772 | 1.2140 | 0.01731 | 1.1617 |
| 18 | 0.07078 | 1.0818 | 0.07708 | 1.0025 |
| 30 | 0.2403 | 0.9485 | 0.2291 | 0.9129 |
| 50 | 0.6600 | 0.8084 | 0.6472 | 0.7871 |
| 80 | 1.1704 | 0.7115 | 1.1668 | 0.7021 |

Slabljenje padavin pri $f=3.5, 6, 11, 18, 30, 50, 80\text{GHz}$ po ITU-R 838-3



$$\vec{F} = Q \vec{E} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = j \omega m \vec{v} \rightarrow \vec{v} = \frac{Q}{j \omega m} \vec{E}$$



$$\vec{J}_{konvektivni} = N Q \vec{v} \quad N [\text{m}^{-3}] \equiv \text{gostota delcev v prostoru}$$

$$\vec{J}_{konvektivni} = \sum_i \frac{N_i Q_i^2}{j \omega m_i} \vec{E} \quad \left(\begin{array}{l} \text{različni} \\ \text{delci } i \end{array} \right)$$

Elektron
 $Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$$\text{Ionosfera: } \vec{J}_{konvektivni} = \frac{N_e Q_e^2}{j \omega m_e} \vec{E} + \frac{N_p Q_p^2}{j \omega m_p} \vec{E} + \dots \left(\begin{array}{l} \text{težji} \\ \text{delci} \end{array} \right)$$

Proton
 $Q_p \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Ampère :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j \omega \epsilon_0 \vec{E} \approx \frac{N_e Q_e^2}{j \omega m_e} \vec{E} + j \omega \epsilon_0 \vec{E} = j \omega \epsilon_0 \left(1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} \right) \vec{E} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = 1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2$$

$$f < f_p \rightarrow \text{prevodnik}$$

$f_p \equiv \text{frekvenca plazme}$

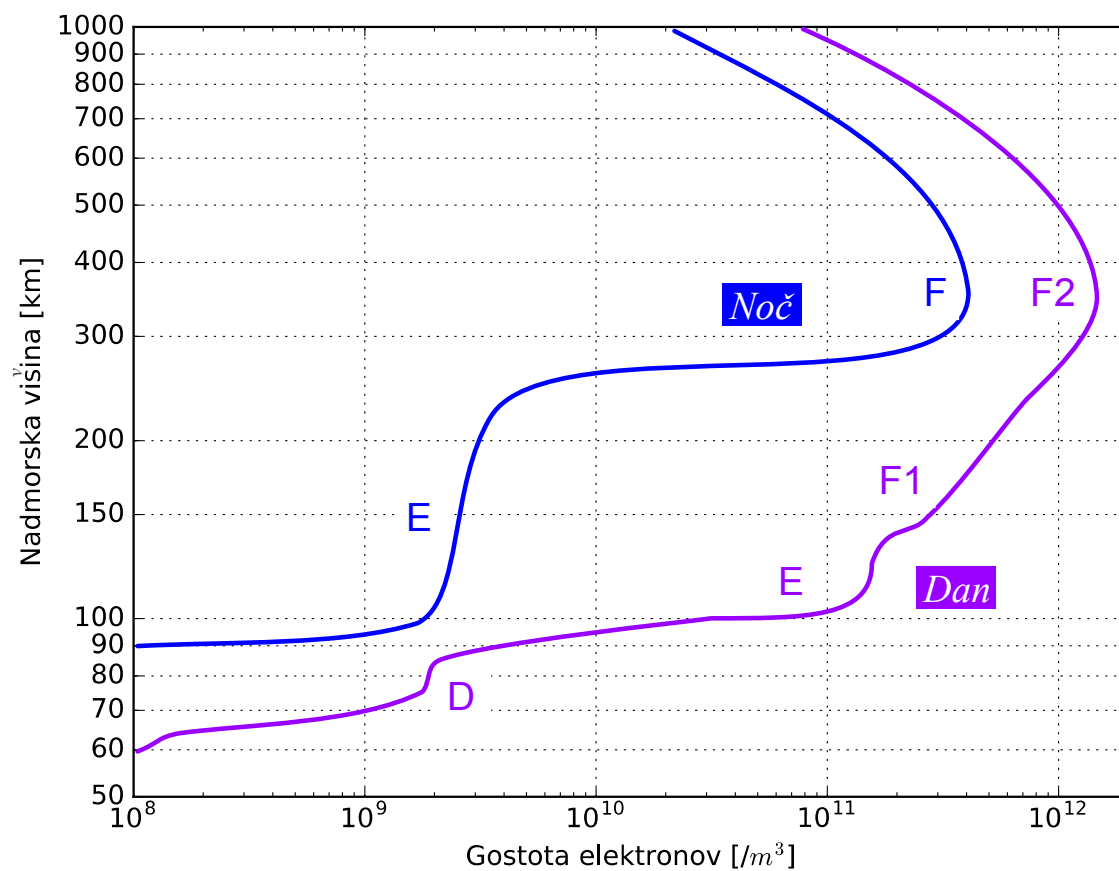
$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} N_e} \approx \begin{cases} 11 \text{ MHz} & \text{dan} \\ 5 \text{ MHz} & \text{noč} \end{cases}$$

$$f > f_p \rightarrow \text{dielektrik}$$

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2} < 1$$

Dielektričnost in lomni količnik ionosfere

Gostota elektronov v ionosferi Zemlje



$$n(h) = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p(h)}{f} \right)^2} < 1$$

Popolni odboj

$$n = \sin \Theta \approx \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\frac{R_Z}{R_Z + h} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2}$$

$$\left(\frac{f}{f_p} \right)^2 = \frac{(R_Z + h)^2}{(R_Z + h)^2 - R_Z^2}$$

$$h \ll R_Z$$

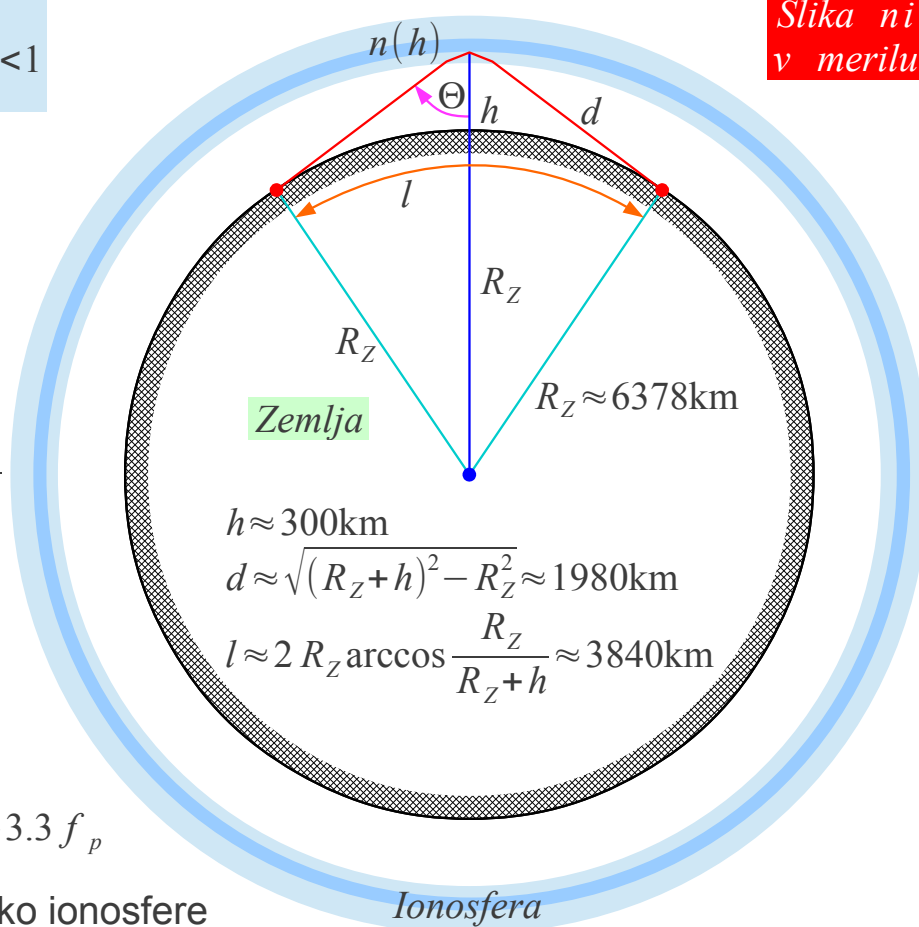
$$f \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h}}$$

$$h_{MAX} \approx 300 \text{ km}$$

$$MUF \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h_{MAX}}} \approx 3.3 f_p$$

Radijska zveza preko ionosfere

Slika ni
v merilu



Hitrosti valovanja v ionosferi

$$\beta = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$$

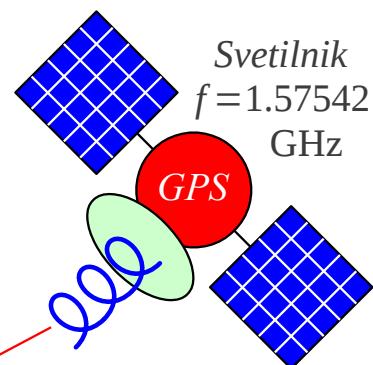
$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c_0} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$$

Fazna hitrost $v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}} > c_0$

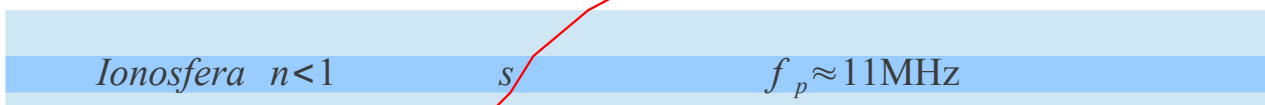
$$f_p^2 = \frac{N_e(s) Q_e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e}$$

Skupinska hitrost $v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c_0 \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} < c_0$

$$f \gg f_p \rightarrow \begin{aligned} v_f &\approx c_0 + \Delta v \\ v_g &\approx c_0 - \Delta v \end{aligned} \quad \Delta v = \frac{c_0}{2} (f_p/f)^2$$



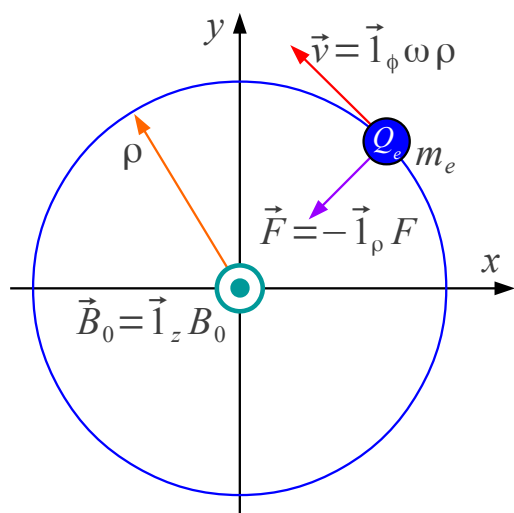
$$TEC [m^{-2}] = \int_s N_e(s) ds$$



$$t = \int_s \frac{ds}{v(s)} = \int_s \frac{ds}{c_0 \pm \Delta v} \approx \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{\Delta v}{c_0^2} ds = \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{(f_p/f)^2}{2c_0} ds$$

$$\Delta r = c_0 \Delta t \approx \int_s \frac{\mp N_e(s) Q_e^2}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} ds = \frac{\mp Q_e^2 TEC}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} \approx \mp 40.3 \frac{m^3}{s^2} \frac{TEC}{f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} m^{-2} \rightarrow \Delta r \approx \mp 16.2 m$$



Kroženje $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{1}_\rho \omega \rho \frac{d\phi}{dt} = -\vec{1}_\rho \omega^2 \rho$

$$\vec{F} = m_e \vec{a} = -\vec{1}_\rho m_e \omega^2 \rho$$

Elektron
 $Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Lorentzova sila $\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$$\vec{F} = Q_e \vec{v} \times \vec{B}_0 = \vec{1}_\rho Q_e \omega \rho B_0$$

$$\omega_g = \frac{-Q_e B_0}{m_e}$$

Zemlja $H_0 \approx 40 \text{ A/m}$

$$f_g = \frac{|Q_e| \mu_0 H_0}{2 \pi m_e} \approx 1.4 \text{ MHz}$$

Žiromagnetna rezonanca v ionosferi

Lorentzova sila $\vec{F} = m_e \vec{a} = j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0)$ Faradayevo sukanje

Preprosta rešitev $\vec{1}_K = \frac{\vec{1}_V \pm j \vec{1}_H}{\sqrt{2}}$

$$\vec{1}_K \times \vec{1}_z = \frac{-\vec{1}_H \pm j \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = j \frac{j \vec{1}_H \pm \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = \pm j \vec{1}_K$$

$$\vec{v} = \vec{1}_K v_0 e^{-j\beta z} \quad \vec{E} = \vec{1}_K E_0 e^{-j\beta z}$$

$$j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} \pm j B_0 \vec{v}) \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

$$\vec{J} = N_e Q_e \vec{v} = \frac{N_e Q_e \vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

Enosmerni $\vec{B}_0 = \vec{1}_z B_0$

$$\omega_p^2 = \frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}$$

$$\omega_g = \frac{-Q_e B_0}{m_e}$$

$$\epsilon_r = 1 + \frac{N_e Q_e}{j \omega \epsilon_0 \left(\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0 \right)} = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e \left(1 \mp \frac{Q_e B_0}{\omega m_e} \right)} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}$$

$$\omega \gg \omega_p, \omega_g$$

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}}$$

$$n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}} \quad \Delta n = n_L - n_D \approx \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega}$$

$$\Delta \phi = \int_s \Delta n(s) k_0 ds \approx \frac{\omega}{c_0} \int_s \left(\frac{\omega_p(s)}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega} ds = \frac{\omega_g}{c_0} \int_s \frac{N_e(s) Q_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} ds = \frac{Q_e^2 f_g TEC}{2 \pi c_0 \epsilon_0 m_e f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} \text{ m}^{-2} \quad f_g \approx 1.4 \text{ MHz} \quad f = 1 \text{ GHz} \rightarrow \Delta \phi \approx 0.752 \text{ rd}$$

* * * * *