

12. Preproste antene

Elektromagnetno sevanje ima drugačne lastnosti od elektromagnetnega polja v neposredni bližini iste naprave. Teslov transformator zelo učinkovito proizvaja veliko električno polje \vec{E} in visoko napetost U v svoji neposredni okolici. Hkrati je isti Teslov transformator povsem neučinkovit sevalec, ker je zelo majhen $h \ll \lambda \approx 10 \text{ km}$ v primerjavi z valovno dolžino. Razlika je tudi v fizikalni razlagi: bližnje elektromagnetno polje opisuje nihajočo energijo oziroma jalovo moč, sevanje pa potujočo energijo oziroma delovno moč.

Skromen opis različnih anten, to je naprav, ki oddajajo oziroma sprejemajo elektromagnetno sevanje, zahteva dosti več od enega poglavja v knjigi. Če preprosto večamo višino h Teslovega transformatorja, poenostavitve v prikazani izpeljavi elektromagnetnega polja tokovnega elementa niso več veljavne. Ko postane višina $h \approx \lambda$ primerljiva z valovno dolžino, niti porazdelitev toka $I(z')$ vzdolž žice ni več konstanta. Končno se nismo niti vprašali, v katere smeri v prostoru sploh seva opisana naprava?

To poglavje skuša odgovoriti na nekaj preprostih vprašanj o antenah. Kako doseči sevanje še na drugačen način, brez silno velikega električnega polja \vec{E} ali magnetnega polja \vec{H} v neposredni bližini naprave? Kakšne lastnosti ima elektromagnetno sevanje? Kako izdelati preprosto anteno, ki bo učinkovito sevala? Kako in kje se lahko pojavi sevanje, ko si tega mogoče ne pričakujemo niti želimo?

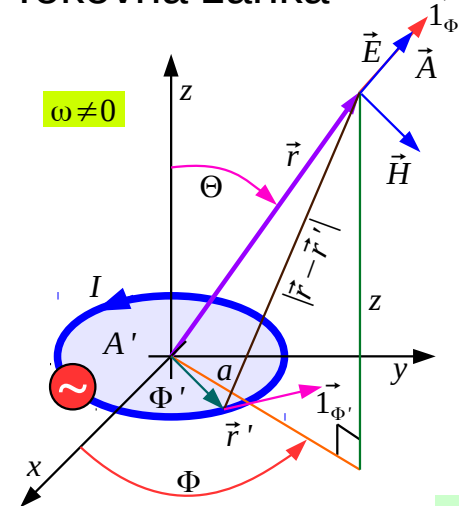
Preprost zgled je majhna krožna tokovna zanka. Izmenični vir poganja v žični zanki tok I . Če je polmer zanke $a \ll \lambda$ dosti manjši od valovne dolžine, lahko privzamemo, da se tok I vzdolž žice ne spreminja. Ker tok I nikjer ne izvira niti nikjer ne ponikne, ni mirujočih elektronov $\rho(\vec{r}')$ niti pripadajočega skalarnega potenciala $V(\vec{r})=0$. Elektromagnetno polje majhne krožne zanke v celoti določa vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$, ki ga poganja tok I .

Za preprost račun postavimo zanko v koordinatno izhodišče v vodoravno ravnino xy . Vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ računamo v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) . Razdaljo $|\vec{r} - \vec{r}'|$ med virom in potencialom izračunamo po Pitagorovem izreku tako, da koordinate vira (a, Θ', Φ') in koordinate potenciala (r, Θ, Φ) pretvorimo v pripadajoče kartezične koordinate.

Vrteča smernika $\vec{1}_\Phi$ in $\vec{1}_{\Phi'}$ zapišemo s konstantnima smernikoma $\vec{1}_x$ in $\vec{1}_y$ kartezičnega koordinatnega sistema.

Račun si poenostavimo tako, da privzamemo, da je polmer zanke majhen v primerjavi s točko opazovanja polja $a \ll r$ in hkrati majhen v primerjavi z valovno dolžino $a \ll \lambda$. Med integracijo se smernik $\vec{1}_{\Phi'}$ zavrti za polni kot, zato se prispevki za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ med sabo odštevajo oziroma se pri razvoju funkcij v vrste največji členi med sabo natančno uničujejo. Pri poenostavitvah razdalje $|\vec{r} - \vec{r}'|$, faze $e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'|}$, amplitude $1/|\vec{r} - \vec{r}'|$ in nadaljnjem računanju moramo zato upoštevati vsaj dva največja člena razvoja v vrsto posamezne funkcije:

Tokovna zanka



$$\omega \neq 0$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \vec{1}_{\Phi'} I \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} a d\Phi'$$

$$\text{Polmer zanke } a = |\vec{r}'|$$

$$\vec{1}_{\Phi} = -\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi$$

$$\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin \Phi' + \vec{1}_y \cos \Phi'$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(r \sin \Theta \cos \Phi - a \cos \Phi')^2 + (r \sin \Theta \sin \Phi - a \sin \Phi')^2 + (r \cos \Theta)^2}$$

$$a \ll r \rightarrow |\vec{r} - \vec{r}'| \approx r - a \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi')$$

$$(1) \quad a \ll r \rightarrow \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \approx \frac{1}{r} \left[1 + \frac{a}{r} \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi') \right]$$

$$(2) \quad a \ll \lambda \rightarrow e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'|} \approx e^{-jkr} [1 + jka \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi')]$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_{\Phi} \frac{\mu I (\pi a^2)}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta$$

$$\text{Površina zanke } A' = \pi a^2$$

$$\rho(\vec{r}') = 0 \rightarrow V(\vec{r}) = 0$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r}) - \text{grad } V(\vec{r}) = -\vec{1}_{\Phi} \frac{j\omega \mu I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta = \vec{1}_{\Phi} \frac{Z I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{k^2}{r} - \frac{jk}{r^2} \right) \sin \Theta$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_{\Phi} \frac{I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left[\vec{1}_r \left(\frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) 2 \cos \Theta + \vec{1}_{\Theta} \left(-\frac{k^2}{r} + \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \sin \Theta \right]$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Dodaten račun bi pokazal, da dobimo povsem enak vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ za majhno žično zanko poljubne oblike v ravnini xy pod pogojem, da je površina zanke A' enaka. V rezultatu zato nadomestimo polmer zanke a s površino zanke $A' = \pi a^2$.

Električna poljska jakost $\vec{E}(\vec{r})$ je neposredno sorazmerna vektorskemu potencialu $\vec{A}(\vec{r})$, saj mirujočih elektrin ni in je skalarni

potencial $V(\vec{r})=0$ enak nič. V končnem zapisu $\vec{E}(\vec{r})$ izrazimo z valovno impedanco snovi (praznega prostora) $Z=\sqrt{\mu/\epsilon}$. Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r})$ dobimo z izračunom vrtinčenja vektorskega potenciala $\text{rot } \vec{A}(\vec{r})$.

Izraza za elektromagnetno polje majhne žične zanke sta navidez podobna izrazom za elektromagnetno polje tokovnega elementa, vendar sta vlogi $\vec{E}(\vec{r})$ in $\vec{H}(\vec{r})$ med sabo zamenjani! Majhna tokovna zanka je torej dualni zgled tokovnega elementa. Tokovni element je točkasti električni dipol v elektrodinamiki. Majhna tokovna zanka je točkasti magnetni dipol v elektrodinamiki.

Točkasti magnetni dipol ima močno statično magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ v neposredni bližini, kar opisujeta oba člena $1/r^3$. Oba izraza za magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in za električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ vsebujeta člen $\pm k^2/r$, ki upada obratno sorazmerno $1/r$ z razdaljo in opisuje elektromagnetno sevanje. Preostali dinamični členi jk/r^2 opisujejo energijo, ki niha v bližnji okolici tokovne zanke.

Majhna tokovna zanka $a \ll \lambda$ oziroma $A' \ll \lambda^2$ ima zelo močno magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ v svoji bližnji okolici $r \ll 1/k$. Med dvema zankama na majhni razdalji $r \ll 1/k$ zato opazimo samo sklop preko medsebojne induktivnosti $M = \alpha/r^3$, ki upada s tretjo potenco razdalje in je povsem statičen pojav. Šele na velikih razdaljah $r \gg 1/k$ med dvema zankama opazimo dinamični pojav, to je sklop preko sevanja.

Izračun Poyntingovega vektorja $\vec{S}(\vec{r})$, izsevane moči P in sevalne upornosti R_s pokaže, da niti majhna tokovna zanka $a \ll \lambda$ ni kdovekako učinkovit sevalec. Sevalna upornost R_s je sorazmerna četrti potenci frekvence ω^4 , kar se skriva v valovnem številu k^4 oziroma je R_s obratno sorazmerna četrti potenci valovne dolžine $1/\lambda^4$.

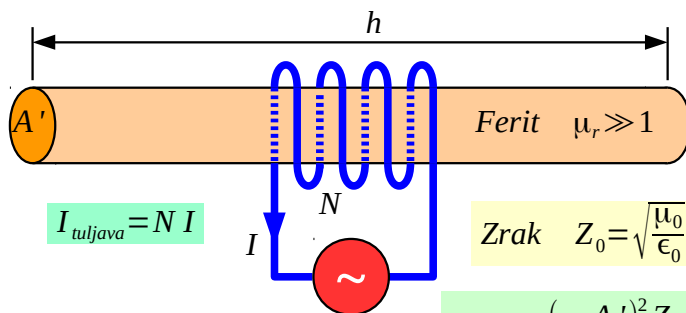
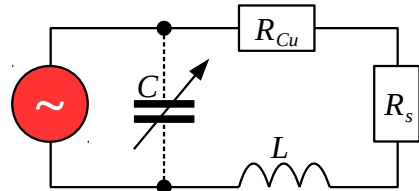
Nadomestno vezje majhne tokovne zanke vsebuje vključuje induktivnost zanke L in upornost žice R_{Cu} . Pojav sevanja dodaja še razmeroma majhno sevalno upornost R_s . Vse omenjene impedance so za nekaj velikostnih razredov nižje kot v primeru tokovnega elementa. Prilagoditev impedance na izvor in izničenje jalove komponente običajno dosežemo z nastavljivim kondenzatorjem C , ki ga vežemo vzporedno izvoru:

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^* = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi} \left[\hat{r} \left(\frac{k^4}{r^2} + \frac{jk}{r^5} \right) \sin^2 \Theta - \hat{\Theta} \left(\frac{jk^3}{r^3} + \frac{jk}{r^5} \right) 2 \cos \Theta \sin \Theta \right]$$

$$P = \oint_{A \rightarrow \infty} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \hat{r} dA = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi} k^4 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^3 \Theta d\Theta d\Phi = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi} k^4 \frac{4}{3} 2\pi = \frac{|I|^2 (A')^2 Z k^4}{12\pi}$$

$$R_s = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{(A')^2 Z k^4}{6\pi} = \frac{8\pi^3 (A')^2 Z}{3\lambda^4} = \frac{8\pi^3 Z}{3} \left(\frac{A'}{\lambda^2} \right)^2$$

Sevanje zanke



$$h \gg \sqrt{A'} \rightarrow A_{eff} \approx \mu_r A'$$

$$\begin{aligned} f &\approx 1 \text{ MHz} \\ A' &\approx 1 \text{ cm}^2 \\ h &\approx 20 \text{ cm} \\ \mu_r &\approx 100 \\ N &\approx 30 \\ R_s &\approx 0.35 \mu\Omega \end{aligned}$$

$$\text{Zrak } Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

Feritna antena

$$R_s = N^2 \frac{(\mu_r A')^2 Z_0 k^4}{6\pi} = \frac{8\pi^3 (N \mu_r A')^2 Z_0}{3\lambda^4} = \frac{8\pi^3 Z_0}{3} \left(\frac{N \mu_r A'}{\lambda^2} \right)^2$$

Sevalno upornost majhne zanke lahko povečamo tako, da zanko izdelamo kot tuljavo z N ovoji. Izsevana moč P je sorazmerna kvadratu števila ovojjev N^2 , torej se tudi sevalna upornost poveča za faktor N^2 . Če tuljavo navijemo na feromagnetno jedro, lahko še dodatno povečamo sevanje. Če je feritna palica zadosti dolga $h \gg \sqrt{A'}$, se sevalna upornost poveča za kvadrat μ_r^2 njene relativne permeabilnosti. Žal vsi omenjeni ukrepi povečujejo tudi induktivnost L in izgube R_{Cu} .

Feritna antena v srednje-valovnem radijskem sprejemniku $\lambda \approx 300 \text{ m}$ vsebuje feritno palico dolžine $h \approx 20 \text{ cm}$ in preseka $A' \approx 1 \text{ cm}^2$. Razpoložljivi feritni materiali dosegajo $\mu_r \approx 100$ z zmernimi izgubami pri frekvenci $f \approx 1 \text{ MHz}$. Če na takšno palico navijemo tuljavo z $N \approx 30$ ovoji, dosežemo sevalno upornost komaj $R_s \approx 0.35 \mu\Omega$!

Feritna antena ni učinkovit sevalec. Njena uporaba v radijskem sprejemniku je smiselna v okolju, kjer prevladuje močno električno polje motenj $\vec{E}_m(\vec{r})$, magnetno polje motenj $\vec{H}_m(\vec{r}) \approx 0$ pa je zanemarljivo majhno. Dodatna uporaba feritne antene je v zvezah kratkega dosega preko statičnega induktivnega sklopa, ki hitro upada $M = \alpha/r^3$ s tretjo potenco

razdalje in na ta način omejuje neželjen sklop do sosednjih naprav.

Če želimo izdelati res učinkovit sevalec, si moramo bolj natančno ogledati lastnosti izsevanega elektromagnetnega polja, kar je še najbolj nazorno v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) z virom v koordinatnem izhodišču. Na velikih razdaljah $r \gg 1/k$ so spremembe amplitude majhne. Odvodi po prečnih smereh $\partial/\partial\Theta$ in $\partial/\partial\Phi$ opisujejo samo spremembe amplitude. Laméjevi koeficienti poskrbijo, da postanejo odvodi po pripadajočih dolžinskih elementih $\partial/\partial l_\Theta \approx 0$ in $\partial/\partial l_\Phi \approx 0$ zanemarljivo majhni.

Razdalja r vzdolž smeri širjenja valovanja vpliva na amplitudo in fazo. Odvod faze se ne zmanjšuje z razdaljo, saj je odvisen samo od valovnega števila k . Na velikih razdaljah se odvod po vzdolžni razdalji poenostavi v $\partial/\partial r \approx -jk$, vektorski operator odvajanja pa v $\vec{\nabla} \approx \vec{1}_r(-jk)$:

Poenostavitve za sevanje

$$\vec{A}(\vec{r}) = \alpha I e^{-jkr} \vec{F}(r, \Theta, \Phi)$$

$$\text{Daljavo } r \gg \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \approx -jk \quad \frac{\partial}{\partial \Theta} \approx 0 \quad \frac{\partial}{\partial \Phi} \approx 0$$

$$\vec{\nabla} \approx \vec{1}_r(-jk)$$

$$\text{rot } \vec{A}(\vec{r}) \approx \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \begin{vmatrix} \vec{1}_r & r \vec{1}_\Theta & r \sin \Theta \vec{1}_\Phi \\ -jk & 0 & 0 \\ A_r & r A_\Theta & r \sin \Theta A_\Phi \end{vmatrix} = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_\Theta jk A_\Phi - \vec{1}_\Phi jk A_\Theta \quad \text{Brez } A_r$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) \approx \vec{1}_\Theta \frac{jk}{\mu} A_\Phi - \vec{1}_\Phi \frac{jk}{\mu} A_\Theta$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) \right) \approx -j\omega \left[\vec{A}(\vec{r}) - \vec{1}_r (\vec{1}_r \cdot \vec{A}(\vec{r})) \right] = -j\omega (\vec{1}_\Theta A_\Theta + \vec{1}_\Phi A_\Phi) \quad \frac{|\vec{E}(\vec{r})|}{|\vec{H}(\vec{r})|} = Z$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}) \approx \vec{1}_r \frac{\omega^2}{2Z} (|A_\Theta|^2 + |A_\Phi|^2)$$

Samo delovna moč!

$$\vec{1}_r \perp \vec{H}(\vec{r}) \perp \vec{E}(\vec{r}) \perp \vec{1}_r$$

Zgled tokovni element

$$\vec{A}(\vec{r}) = (\vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta) \frac{\mu I h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) \approx \vec{1}_\Phi \frac{jk}{4\pi} I h \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

$$\vec{E}(\vec{r}) \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ}{4\pi} I h \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

$$\vec{S}(\vec{r}) \approx \vec{1}_r \frac{k^2 Z |I|^2 h^2 \sin^2 \Theta}{32 \pi^2 r^2}$$

Vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ vedno kaže v smeri gibanja elektronov hitrostjo $\vec{v}(\vec{r}')$ oziroma smeri gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$ skladno z rešitvijo pripadajoče valovne enačbe. Poenostavljen izraz za vrtnčenje povsem izloči vzdolžno (radialno) komponento A_r vektorskega potenciala. Elektrine torej

nikoli ne sevajo v smeri svojega gibanja.

Ostali dve (prečni) komponenti vektorskega potenciala A_θ in A_ϕ se morata s časom spreminjati. Potovanje sprememb v prostoru dodaja zakasnitev, ki daje od nič različen odvod faze $\partial/\partial r \approx -jk \neq 0$. Sevanje torej zahteva pospešeno gibanje elektrin $\partial \vec{v}/\partial t = j\omega \vec{v} = \vec{a} \neq 0$ skladno z relativistiko!

Izsevno električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ na velikih razdaljah $r \gg 1/k$ dobimo preprosto iz prečnih komponent A_θ in A_ϕ vektorskega potenciala. Z Lorentzovo izbiro $j\omega\mu \epsilon V(\vec{r}) + \text{div } \vec{A}(\vec{r}) = 0$ se na velikih razdaljah učinka vzdolžne komponente vektorskega potenciala A_r in skalarne potenciala $V(\vec{r})$ natančno izničujeta med sabo. Izsevno električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ nima vzdolžne komponente!

Pripadajoče magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ je sofazno z električnim poljem $\vec{E}(\vec{r})$, je z njim v točnem razmerju valovne impedance $|\vec{E}|/|\vec{H}| = Z$ in je v prostoru nanj pravokotno $\vec{H} \perp \vec{E}$. Oba sta pravokotna na smer razširjanja valovanja $\vec{E} \perp \vec{1}_r$ in $\vec{H} \perp \vec{1}_r$, torej prečno valovanje TEM (transverzalno elektro-magnetno).

Vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ fizikalno predstavlja normirano energijo premikajočih elektrin. V elektrodinamiki $\omega \neq 0$ spremembe energije potujejo po prostoru v smeri sevanja. Potujoča energija pomeni delovno moč $\text{Re}[P] \neq 0$, ki se razširja proč od vira sevanja. Na velikih razdaljah $r \gg 1/k$ kaže Poyntingov vektor $\vec{S}(\vec{r}) \parallel \vec{1}_r$ v smer razširjanja valovanja in je povsem realen, torej vsebuje sevanje samo delovno moč!

Poenostavljene izraze za sevanje lahko takoj preizkusimo na preprostem zgledu, na primer na tokovnem elementu. Žal tokovni element, Teslov transformator ni učinkovit sevalec prav zaradi močnega bližnjega polja. Učinkovito sevanje narekuje napravo, ki že v neposredni bližini ustvarja elektromagnetno polje z vsemi značilnostmi sevanja: sofaznost, razmerje Z in pravokotnost med $\vec{E}(\vec{r})$ in $\vec{H}(\vec{r})$ ter smerjo razširjanja $\vec{1}_r$.

Elektromagnetno polje z vsemi omenjenimi značilnostmi sevanja ima napredujoči TEM val v trakastem dvovodu. Vse značilnosti sevanja ima tako glavnina elektromagnetnega polja v prostoru med trakovima kot razmeroma šibko stresano elektromagnetno polje zunaj trakov. Edina razlika je v tem, da se električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ med vodnikoma trakastega dvovoda zaključuje

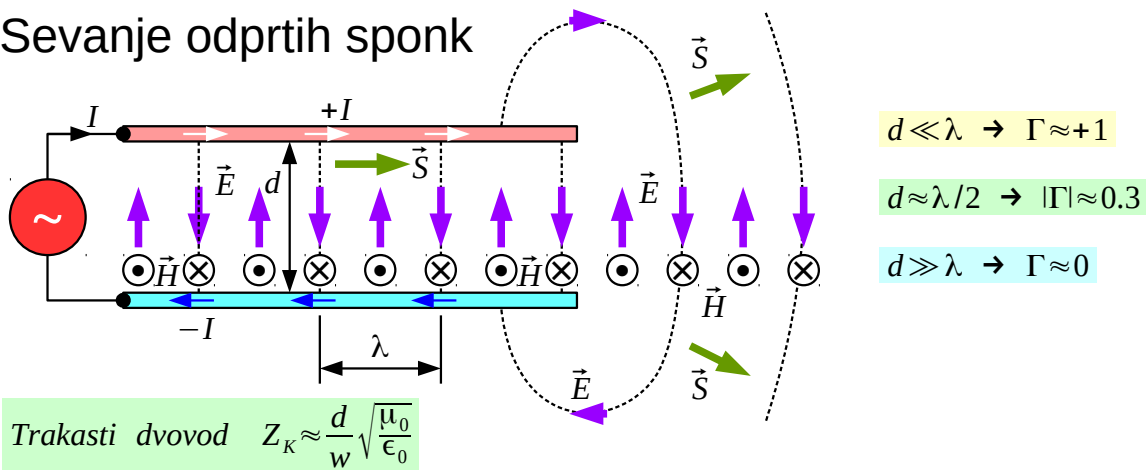
oziroma izvira na kovinskih vodnikih.

Kaj se zgodi, če vodnika prekinemo? Ko je razdalja med vodnikoma $d \ll \lambda$ dosti manjša do valovne dolžine, se valovanje na odprtih sponkah v celoti odbije z enako fazo $\Gamma \approx +1$. Tudi moč napredujočega vala P_N se v celoti pretvori v moč odbitega vala P_O . Porazdeljena induktivnost L/l in porazdeljena kapacitivnost C/l trakastega dvovoda natančno opisujeta gornje pojave.

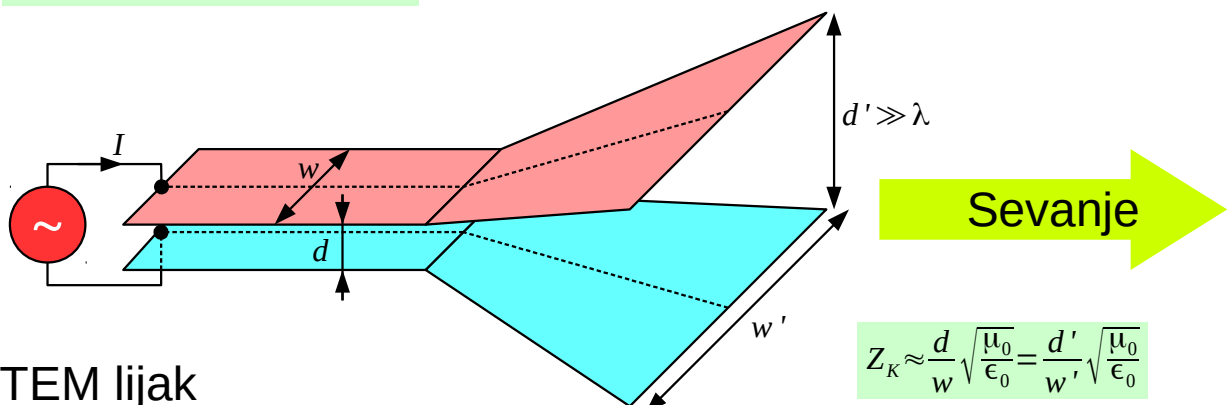
Ko postane razdalja med vodnikoma $d \approx \lambda/2$ primerljiva polovici valovne dolžine, opis s porazdeljeno induktivnostjo L/l in porazdeljeno kapacitivnostjo C/l ne zadošča več. Tik ob površini vodnika se nekaj valovanja sicer odbije na koncu vodnika. Valovanje v prostoru med vodnikoma pa doseže informacija o koncu vodnikov z zakasnitvijo!

Pri razdalji med vodnikoma $d \approx \lambda/2$ informacija o koncu vodnikov doseže valovanje točno sredi obeh vodnikov z zakasnitvijo cele četrte periode! Z zakasnjeno informacijo, to se pravi informacijo z napačno fazo se valovanje točno sredi obeh vodnikov sploh ne odbije, pač pa nadaljuje svojo pot v isti smeri v prostoru:

Sevanje odprtih sponk



TEM Ilijak



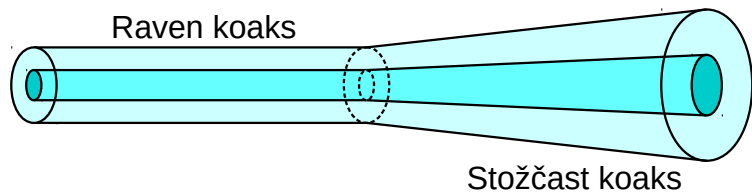
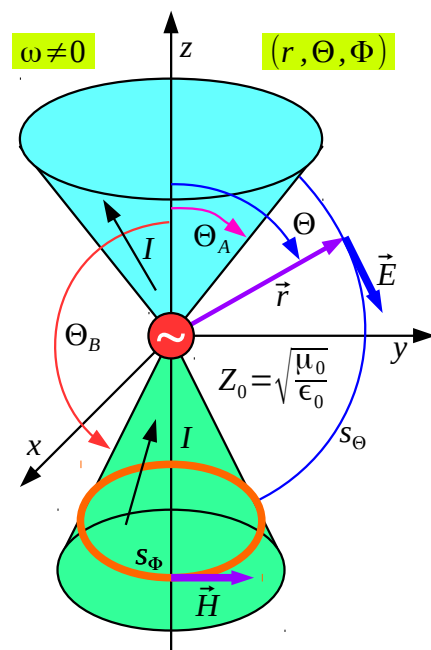
Pri razdalji med vodnikoma $d \approx \lambda/2$ znaša odbojnost odprtih sponk približno $|\Gamma| \approx 0.3$, odvisno od točne geometrije vodnikov. Od odprtih sponk se v tem primeru odbije manj kot desetina moči P_N napredujočega vala. Večina moči napredujočega vala preprosto nadaljuje svojo pot in se razširja v povsem praznem prostoru.

Ko je razdalja med vodnikoma $d \gg \lambda$ večja od valovne dolžine, odboj na koncih obeh vodnikov nima skoraj nobenega vpliva na večino elektromagnetnega polja z izjemo bližnje okolice vodnikov. Odbojnost odprtih sponk dvovoda $\Gamma \approx 0$ je tedaj zanemarljivo majhna. Skoraj vsa moč napredujočega vala P_N nadaljuje svojo pot v isti smeri in se razširja kot sevanje v praznem prostoru.

Gornji opis odboja na odprtih sponkah narekuje izdelavo preproste in učinkovite antene, TEM piramidnega lijaka. Izmenični vir priključimo na trakasti dvovod z razmeroma majhnimi prečnimi izmerami d in w , ko je sevanje zanemarljivo majhno. Prečne izmere nato počasi večamo in pri tem ohranjamo medsebojno razmerje, da ne pride do odboja valovanja. Končne izmere d' in w' izberemo tako velike, da odprti konec piramidnega dvovoda učinkovito seva.

Na podoben način lahko pretvorimo raven koaksialni kabel v stožčast koaksialni kabel. V stožčastem vodu sploh ni nujno, da sta stožca eden znotraj drugega. Učinkovit sevalec lahko izdelamo tako, da ima prvi stožec kot odprtja $\Theta_A < \pi/2$ manjši od pravega kota, drugi stožec pa kot odprtja $\Theta_B > \pi/2$ večji od pravega kota. Izmenični vir preprosto priključimo med vrhova obeh kovinskih stožcev:

Stožčasti vod



Ugibam $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_\Theta \frac{C}{r \sin \Theta} e^{-jkr}$

Preverim Gauss $\text{div}(\epsilon \vec{E}(\vec{r})) = 0$

Faraday izračunam $\vec{H}(\vec{r}) = \frac{j}{\omega \mu} \text{rot} \vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_\Phi \frac{C/Z_0}{r \sin \Theta} e^{-jkr}$

Preverim Ampère $\vec{J}(\vec{r}) = \text{rot} \vec{H}(\vec{r}) - j\omega \epsilon \vec{E}(\vec{r}) = 0$

$$I = \oint_{S_\Phi} \vec{H} \cdot d\vec{s}_\Phi = \int_0^{2\pi} \vec{1}_\Phi \frac{C/Z_0}{r \sin \Theta} e^{-jkr} \cdot \vec{1}_\Phi r \sin \Theta d\Phi = \frac{2\pi C}{Z_0} e^{-jkr}$$

$$Z_K = \frac{U}{I} = \frac{Z_0}{2\pi} \ln \left(\frac{\text{tg}(\Theta_B/2)}{\text{tg}(\Theta_A/2)} \right) \approx 60 \Omega \ln \left(\frac{\text{tg}(\Theta_B/2)}{\text{tg}(\Theta_A/2)} \right)$$

$$U = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}_\Theta = \int_{\Theta_A}^{\Theta_B} \vec{1}_\Theta \frac{C}{r \sin \Theta} e^{-jkr} \cdot \vec{1}_\Theta r d\Theta = C e^{-jkr} \int_{\Theta_A}^{\Theta_B} \frac{d\Theta}{\sin \Theta} = C e^{-jkr} \ln \left(\frac{\text{tg}(\Theta_B/2)}{\text{tg}(\Theta_A/2)} \right)$$

Točno elektromagnetno polje med dvema (neskončnima) kovinskima stožcema ima v elektrodinamiki preprosto analitsko rešitev. V krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) valovna enačba z vektorskim Laplace nima preprostega zapisa. Bolj enostavno je uganiti rešitev za električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ med stožcema in uporabiti Maxwellove enačbe.

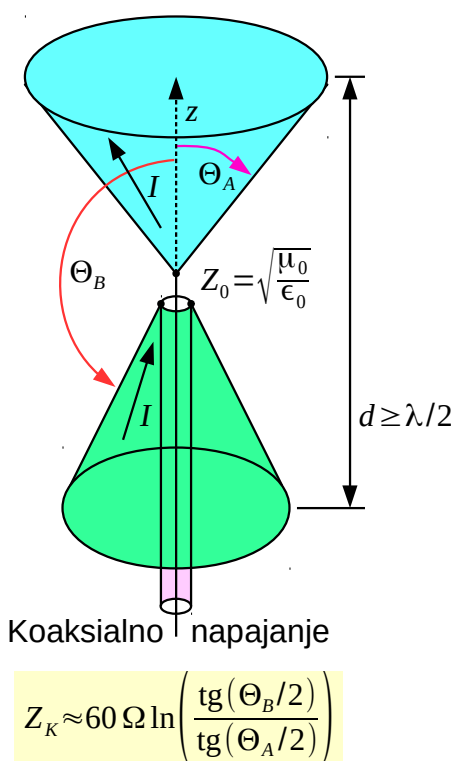
Z Gaussovim zakonom preverimo odsotnost elektrin $\rho(\vec{r}) = 0$ v prostoru med stožcema. S Faradayevim zakonom izračunamo pripadajoče magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$. Končno z Ampèrejevim zakonom preverimo odsotnost tokov $\vec{J}(\vec{r}) = 0$ v prostoru med stožcema.

Tok I v stožcih izračunamo pri izbrani razdalji r tako, da zapišemo Ampèrejev zakon v integralni obliki tik nad kovinsko površino stožca, kjer ni tangencialnega električnega pretoka $D_r = D_\Phi = 0$. Definicija napetosti U med stožcema je smiselna pri izbrani razdalji r . Karakteristično impedanco stožčastega voda $Z_K = U/I$ določa razmerje med napetostjo in tokom.

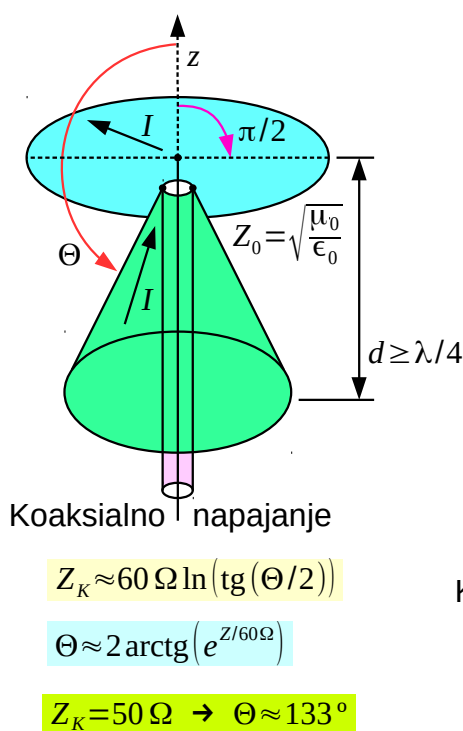
Če sta oba stožca neskončno velika, je karakteristična impedanca Z_K kar impedanca, ki jo občuti izmenični vir v koordinatnem izhodišču.

Impedanca opisane bikonične antene se bistveno ne spremeni, če sta plašča stožcev večja od nekaj valovnih dolžin, saj je takrat odboj na robovih plaščev zanemarljivo majhen. Bikonična antena je učinkovit sevalec, ko je antena $d \geq \lambda/2$ večja od polovice valovne dolžine:

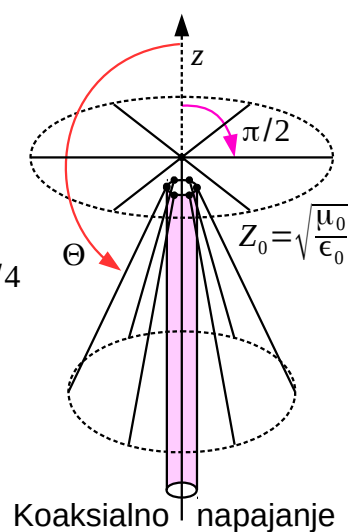
Bikonična antena



Discone antena



Discone iz palčk



Bikonično anteno običajno priključimo na izmenični vir preko koaksialnega kabla, ki ga napeljemo skozi spodnji stožec. Žilo kabla pri tem vežemo na gornji stožec, oklop pa na spodnji stožec. Isti koaksialni kabel lahko deluje tudi kot mehanski nosilec celotne antene.

Učinek odbojev na robovih plaščev končno velikih stožcev lahko še dodatno zmanjšamo tako, da uporabimo dva zelo različna stožca in se kazalčna vsota obeh odbojev zmanjša. Američan Armig G. Kandoian je leta 1943 izumil anteno discone (angleška zloženska »disc« in »cone«), kjer je plašč gornjega stožca kar ravna $\Theta_A = \pi/2$ krožna kovinska plošča (disk) premera okoli $2r \approx 0.175\lambda$ na spodnji frekvenčni meji. Discone je učinkovit sevalec, ko je antena $d \geq \lambda/4$ večja od četrtnine valovne dolžine.

Gornjo frekvenčno mejo bikonične antena oziroma discone določa predvsem natančnost prehoda koaksialnega kabla v stožca. Karakteristično

impedanco stožčastega voda discone pogosto izberemo višjo od $Z_K = 50 \Omega$ (kot $\Theta = 140^\circ \dots 155^\circ$), da je antena bolje prilagojena na spodnji frekvenčni meji, ko vpliv odbojev na robovih ni zanemarljiv. Ker tečejo tokovi po plaščih stožcev bikonične antene oziroma discone samo v radialni smeri, lahko plašče stožcev oziroma disk nadomesti večje število (običajno 6 do 16) ravnih kovinskih palic.

TEM piramidni lijak, bikonična antena in discone vse izhajajo iz načela, da je učinkovit sevalec $d \gg \lambda$ dosti večji od valovne dolžine. Njihov sevalni izkoristek se tudi v praksi $\eta \approx 1$ približuje enoti. Impedanca v napajalni točki opisanih anten $Z \approx Z_K$ ustreza karakteristični impedanci praktično uporabnih napajalnih vodov.

Z opisom TEM lijakov in bikoničnih anten smo odgovorili na vprašanje, kako se izogniti neučinkovitosti Teslovega transformatorja. Učinkovito sevanje dosežemo z izmerami naprave $d \approx \lambda$, ki so najmanj primerljive z valovno dolžino. Kaj več si v kratkem poglavju o preprostih antenah ne moremo privoščiti: kam seva antena, kakšna je polarizacija sevanja, kako doseči željene lastnosti antene z najmanjšimi možnimi izmerami in najnižjo porabo materiala?

Marsikateri strokovnjak za antene pri tem pozablja, da se sevanje lahko pojavi tudi takrat, ko si tega mogoče ne pričakujemo niti želimo. Ko postanejo prečne izmere kakršnegakoli električnega voda $d \approx \lambda$ primerljive z valovno dolžino, vod sam po sebi nujno še ne seva. Vsaka nezveznost voda: prekinitev voda (odprte sponke), skokovita sprememba prečnih izmer voda, vogal ali ostra krivina vedno povzroči odboj valovanja.

Pri prečnih izmerah $d \approx \lambda$ valovanje po preostalem preseku voda ne more pravočasno izvedeti, kaj se dogaja v določeni točki preseka voda. Brez podatka o spremembi voda se valovanje ne odbije, pač pa nadaljuje svojo pot v isti smeri. Pri $d \approx \lambda$ oziroma $d > \lambda$ vsaka nezveznost voda torej seva!

* * * * *