

16. Valovanje v izgubni snovi

Ravninski val oziroma žarek valovanja opisujejo valovne enačbe v prostoru (snovi) brez izvorov, torej brez tokov $\vec{J}(\vec{r})=0$ in brez elektrin $\rho(\vec{r})=0$. V snovi brez izvorov se lahko izognemo potencialom in neposredno rešujemo valovni enačbi za električno polje oziroma magnetno polje:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}) + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\Delta \vec{H}(\vec{r}) + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H}(\vec{r}) = 0$$

Pri tem običajno zapišemo konstanto $\omega^2 \mu \epsilon = k^2$ z valovnim številom. V snovi z izgubami tokovi $\vec{J}(\vec{r}) \neq 0$ niso enaki nič. Povezavo med gostoto električnega toka in električno poljsko jakostjo $\vec{J}(\vec{r}) = \gamma \vec{E}(\vec{r})$ določa specifična prevodnost izgubne snovi.

V splošnem primeru neizotropne in nehomogene izgubne snovi je $\gamma(\vec{r})$ tenzorska funkcija koordinat. Velika večina snovi je izotropnih in homogenih. V slednjih je specifična prevodnost γ preprosta skalarna konstanta. Ampèrejev zakon v takšni preprosti snovi s skalarnima konstantama γ in ϵ lahko zapišemo:

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{r}) = \gamma \vec{E}(\vec{r}) + j \omega \epsilon \vec{E}(\vec{r}) = j \omega \epsilon_0 \left[\epsilon_r + \frac{\gamma}{j \omega \epsilon_0} \right] \vec{E}(\vec{r}) = j \omega \epsilon' \vec{E}(\vec{r})$$

kjer je navidezna dielektričnost $\epsilon' = \epsilon_0 \left[\epsilon_r + \frac{\gamma}{j \omega \epsilon_0} \right]$ kompleksno število!

Valovni enačbi za izotropno in homegeno snov z izgubami se tedaj glasita:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}) + \omega^2 \mu \epsilon' \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

$$\Delta \vec{H}(\vec{r}) + \omega^2 \mu \epsilon' \vec{H}(\vec{r}) = 0$$

Valovni enačbi lahko načeloma rešujemo na povsem enak način kot v snovi brez izgub z edino razliko, da v konstanti $\omega^2 \mu \epsilon' = k^2$ nastopa kompleksno valovno število:

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon'} = \omega \sqrt{\mu \epsilon_0 \left[\epsilon_r + \frac{\gamma}{j \omega \epsilon_0} \right]}$$

$$k = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \gamma} = \beta - j \alpha$$

Tri-dimenzijsko valovanje v izgubni snovi ima kompleksno valovno število $k = \beta - j \alpha$ povsem enako kot eno-dimenzijski vod z izgubami.

Realni del valovnega števila je tudi v tem primeru fazna konstanta

$\beta = \text{Re}[k]$ z merskimi enotami rd/m (radiani na meter), ki ima povsem enak fizikalni pomen kot v snovi oziroma vodu brez izgub. Imaginarni del

$\alpha = -\text{Im}[k]$ opisuje slabljenje snovi na enoto dolžine v smeri potovanja valovanja v logaritmskih merskih enotah Np/m (Nepri na meter).

Rešitev valovne enačbe za napredujoči val v izgubni snovi v smeri $\vec{1}_k$ zapišemo s kompleksnim valovnim vektorjem $\vec{k} = \vec{1}_k k = \vec{1}_k (\beta - j \alpha)$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{-j \vec{k} \cdot \vec{r}} = \vec{E}_0 e^{-j \beta \vec{1}_k \cdot \vec{r}} e^{-\alpha \vec{1}_k \cdot \vec{r}}$$

Eksponentna funkcija imaginarnega argumenta $-j \beta \vec{1}_k \cdot \vec{r}$ opisuje zakasnitev faze v smeri potovanja valovanja. Eksponentna funkcija realnega argumenta $-\alpha \vec{1}_k \cdot \vec{r}$ opisuje slabljenje v smeri potovanja valovanja.

Vektorska konstanta $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$ ustreza polju v koordinatnem izhodišču in je pravokotna na valovni vektor.

Primerjava lastnosti različnih snovi pokaže, da za fazno konstanto $\beta = \text{Re}[k]$ in slabljenje $\alpha = -\text{Im}[k]$ smemo uporabiti približke:

Snov	Baker (kovina) Cu	Morska voda H ₂ O+NaCl	Kremenovo steklo SiO ₂
Relativna dielektričnost	$\epsilon_r \approx 1$	$\epsilon_r = 80$	$\epsilon_r = 3.75$
Prevodnost γ [S/m]	$\gamma = 56 \cdot 10^6$ S/m	$\gamma = 5$ S/m	$\gamma < 10^{-18}$ S/m
Mejna frekvenca $\gamma = \omega \epsilon = 2 \pi f \epsilon$	$f \approx 10^{18}$ Hz $\lambda \approx 0.3$ nm	$f = 1.125 \cdot 10^9$ Hz $f = 1.125$ GHz	$f < 4.8 \cdot 10^{-9}$ Hz $T = 1/f > 6.6$ let
Lastnost	Dober prevodnik $\beta \approx \alpha$	Vmesni primer $\beta > \alpha > 0$	Dober izolator $\beta \gg \alpha \rightarrow 0$

Vse kovine so dobri prevodniki. Mejna frekvenca, kjer je prevodni tok $|\vec{J}(\vec{r})| \approx |\partial \vec{D}(\vec{r})/\partial t|$ istega velikostnega razreda kot poljski tok, je v področju trdih rentgenskih žarkov oziroma "gama" žarkov. Pri nižjih frekvencah je poljski tok običajno zanemarljiv $|\partial \vec{D}(\vec{r})/\partial t| \ll |\vec{J}(\vec{r})|$ oziroma $\gamma \gg \omega \epsilon$ oziroma $\omega \mu \gamma \gg \omega^2 \mu \epsilon$, da relativne dielektričnosti kovine ϵ_r sploh ne moremo določiti. Člen $\omega^2 \mu \epsilon$ smemo tedaj zanemariti v izračunu fazne konstante in slabljenja:

$$k = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \gamma} \approx \sqrt{-j \omega \mu \gamma} = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \mu \gamma}$$

$$\beta \approx \alpha \approx \sqrt{\frac{\omega \mu \gamma}{2}}$$

V dielektrikih je prevodni tok $|\vec{J}(\vec{r})| \ll |\partial \vec{D}(\vec{r})/\partial t|$ običajno dosti manjši od poljskega toka, kar pomeni $\gamma \ll \omega \epsilon$ oziroma $\omega \mu \gamma \ll \omega^2 \mu \epsilon$. V dielektrikih je perioda $T = 1/f$ oziroma obratna vrednost mejne frekvence v velikostnem razredu od nekaj dni do nekaj let. V dobrem dielektriku smemo izračun fazne konstante in slabljenja poenostaviti v:

$$k = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \gamma} = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon \left[1 - \frac{j \gamma}{\omega \epsilon} \right]} \approx \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[1 - j \frac{\gamma}{2 \omega \epsilon} \right]$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad \alpha \approx \frac{\gamma}{2 \omega \epsilon} \beta = \frac{\gamma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ll \beta$$

Za vmesni primer, ko sta prevodni in poljski tok v istem velikostnem razredu in velja $\gamma \approx \omega \epsilon$, ne moremo uporabljati nobenih približkov. Izračunati moramo kvadratni koren kompleksnega števila:

$$\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \gamma} = \beta - j \alpha$$

$$\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \gamma = \beta^2 - \alpha^2 - j 2 \alpha \beta$$

$$\omega^2 \mu \epsilon = \beta^2 - \alpha^2 \quad \omega \mu \gamma = 2 \alpha \beta$$

$$\omega^2 \mu \epsilon = \beta^2 - \left(\frac{\omega \mu \gamma}{2 \beta} \right)^2 \quad \leftarrow \quad \alpha = \frac{\omega \mu \gamma}{2 \beta}$$

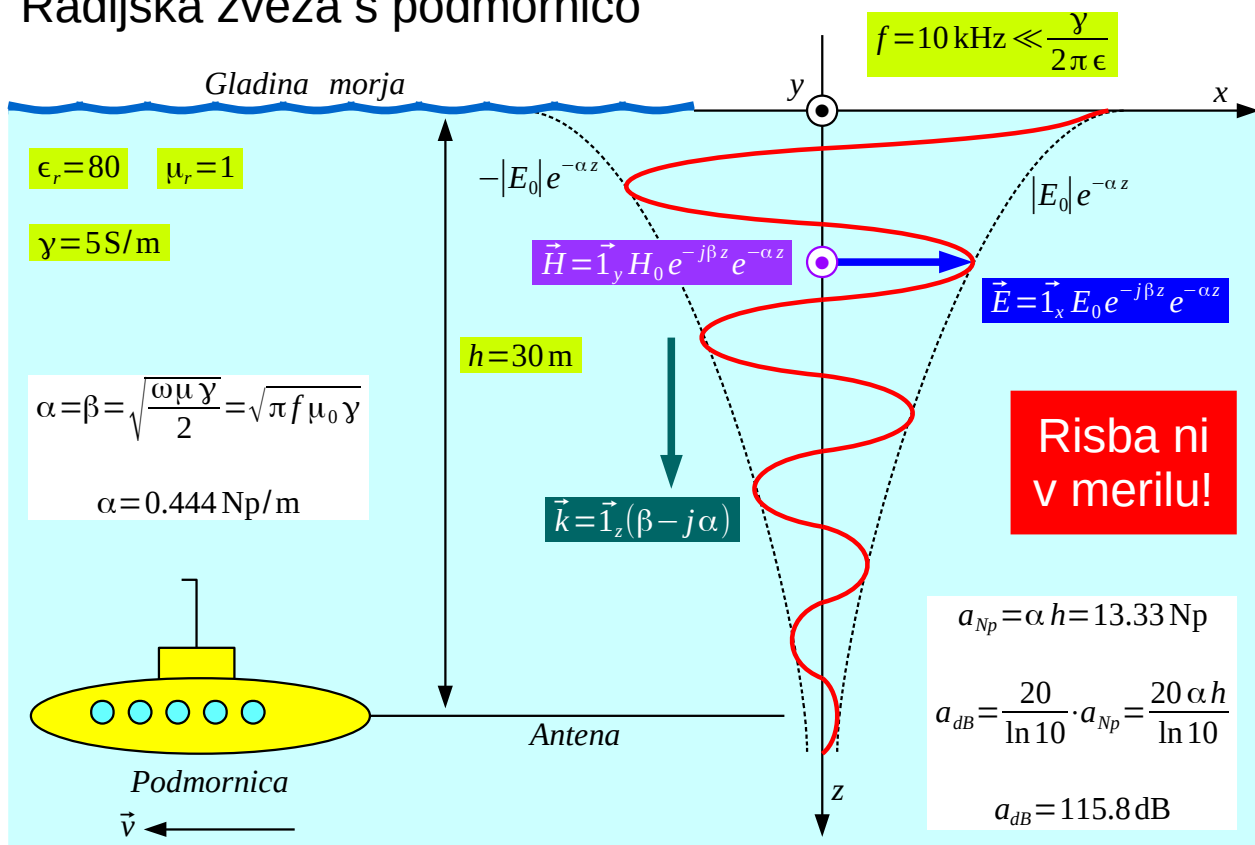
$$\beta^4 - \omega^2 \mu \epsilon \beta^2 - \omega^2 \mu^2 \gamma^2 / 4 = 0$$

$$\beta = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon \pm \sqrt{\omega^4 \mu^2 \epsilon^2 + \omega^2 \mu^2 \gamma^2}}{2}}$$

Pri obeh kvadratnih korenih izberemo pozitivni predznak. Pozitivni predznak notranjega korena daje realno fazno konstanto β . Pozitivni predznak zunanjega korena daje rešitev za napredujoči val. Slabljenje α določimo iz izračunane fazne konstante. Strogo vedno velja $\beta > \alpha > 0$.

Na srečo tak kompliciran izračun običajno ni potreben niti v primeru morske vode. Kot zgled si oglejmo dodatno slabljenje, ki ga vnaša morska voda pri radijski zvezi s podmornico. Frekvenca zveze je tako nizka, da se morska voda obnaša kot dober prevodnik:

Radijska zveza s podmornico



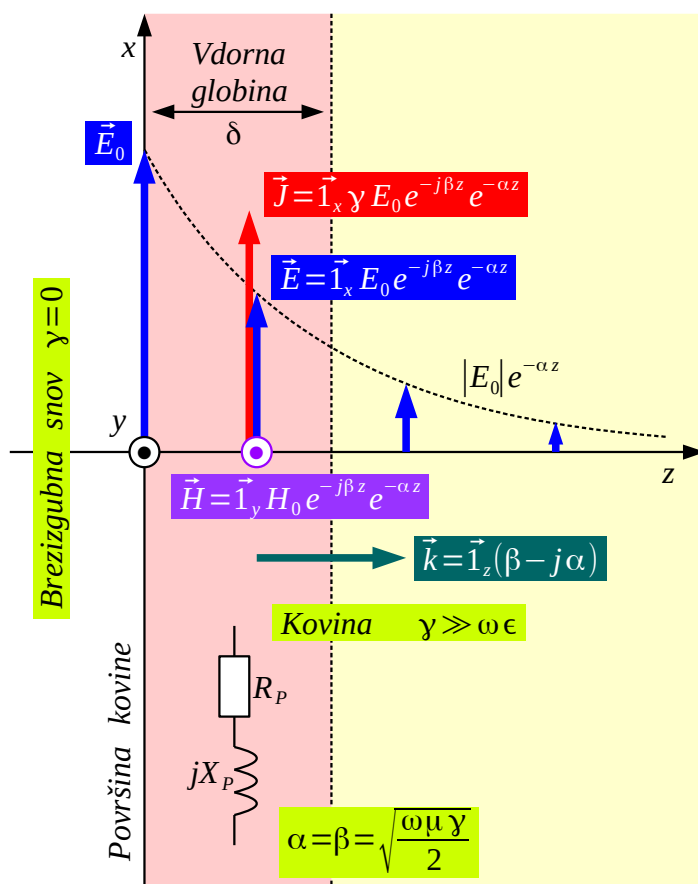
Ker je slabljenje morske vode zelo veliko, radijske zveze s podmornicami uporabljajo zelo nizke frekvence $f = 10 \text{ kHz}$ in manj. Antena je vodoravna žica, ki jo podmornica vleče za sabo. Zaradi visoke dielektrične konstante $\epsilon_r \gg 1$ in visokega lomnega količnika morske vode $n = \sqrt{\epsilon_r}$ v področju

radijskih valov se radijsko valovanje na gladini lomi skoraj navpično $\Theta_L \rightarrow 0$ v globino. Kljub nizki frekvenci $f=10\text{ kHz}$ znaša dodatno slabljenje morske vode kar $a_{dB}=115.8\text{ dB}$ do globine komaj $h=30\text{ m}$!

Pozor, slabljenje valovanja na sliki ni narisano v merilu! Fazna konstanta β je namenoma narisana približno dvakrat večja, slabljenje α pa dosti manjše kot iz izračuna. Risba torej velja za primer $\beta \gg \alpha$. V resničnem opisanem primeru zveze s podmornico $\beta \approx \alpha$ bi bila faza valovanja komaj vidna pod hitro usihajočo eksponentno krivuljo!

Dosti bolj pomemben primer od radijske zveze s podmornico je vdor elektromagnetnega valovanja v kovino. Električno polje $\gamma \vec{E}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r})$ poganja tok v kovini. Kjer ni električnega polja, tam ni toka. V kovinah je slabljenje α zelo visoko. Sredi kosa kovine skoraj ni toka.

Izmenično električno polje lahko vzbudimo kvečjemu blizu površine kovine z nekim zunanjim virom. Izmenični tokovi zato obstajajo samo tik pod površino kovin. Opisani pojav izriva izmeničnega električnega toka proti površini kovine imenujemo kožni pojav (angleško: skin effect):



$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \equiv \text{Vdorna globina}$$

$$\vec{K} = \int_0^{\infty} \vec{J}(\vec{r}) dz \equiv \text{Ploskovni tok}$$

$$\vec{K} = \int_0^{\infty} \vec{1}_x \gamma E_0 e^{(-j\beta - \alpha)z} dz = \vec{1}_x \frac{\gamma}{j\beta + \alpha} E_0$$

$$\vec{E}_0 = Z_p \vec{K}$$

$$Z_p = \frac{E_0}{|\vec{K}|} = \frac{\alpha + j\beta}{\gamma} \equiv \text{Impedanca plasti}$$

$$Z_p = R_p + jX_p$$

$$R_p = \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{1}{\delta \gamma} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \equiv \text{Upornost plasti}$$

$$X_p = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{\delta \gamma} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} = \omega L_p$$

Kožni pojav v kovini

Pod površino kovine polje in tok eksponentno upadeta. Debelino kože definiramo kot $\delta = 1/\alpha = \sqrt{2/\omega\mu\gamma}$ obratno vrednost slabljenja. Na globini, ki ustreza debelini kože, tedaj polje in tok upadeta na $1/e \approx 0.368$ začetne vrednosti na površini kovine.

Ko je debelina kože δ majhna, je smiselno seštevanje (integracija) prostorske gostote toka $\vec{J}(\vec{r})$ po globini z v skupen ploskovni tok \vec{K} v tanki plasti. Integracija daje popolnoma enak rezultat za \vec{K} , kot bi ga dobili s konstantnim poljem \vec{E}_0 v tanki plasti debeline δ .

Tanki plasti lahko pripišemo impedanco plasti Z_p (impedanca kvadratka). Impedanca plasti $Z_p = R_p + jX_p$ ima delovno in jalovo komponento. Delovna komponenta R_p je upornost tanke plasti (upornost kvadratka). Jalova komponenta $X_p = \omega L_p$ opisuje notranjo induktivnost tanke plasti.

Kot praktičen zgled si oglejmo vdorno globino δ in plastno upornost R_p običajnih prevodnikov (baker Cu) in feromagnetikov (železo Fe):

Kovina	Baker Cu $\gamma \approx 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ $\mu_r \approx 1$		Železo Fe $\gamma \approx 8 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ $\mu_r \approx 10^4$	
	Vdorna globina δ	Upornost plasti R_p	Vdorna globina δ	Upornost plasti R_p
1 Hz	67.3 mm	$0.266 \mu\Omega$	1.78 mm	$70.3 \mu\Omega$
100 Hz	6.73 mm	$2.66 \mu\Omega$	0.178 mm	$703 \mu\Omega$
10 kHz	0.673 mm	$26.6 \mu\Omega$	$17.8 \mu\text{m}$	$7.03 \text{ m}\Omega$
1 MHz	$67.3 \mu\text{m}$	$266 \mu\Omega$	$1.78 \mu\text{m}$	$70.3 \text{ m}\Omega$
100 MHz	$6.73 \mu\text{m}$	$2.66 \text{ m}\Omega$	$0.178 \mu\text{m}$	$703 \text{ m}\Omega$
10 GHz	$0.673 \mu\text{m}$	$26.6 \text{ m}\Omega$	17.8 nm	7.03Ω
1 THz	67.3 nm	$266 \text{ m}\Omega$	1.78 nm	70.3Ω
100 THz	6.73 nm ?	$2.66 \Omega?$	0.178 nm ?	$703 \Omega?$

Vdorna globina v baker Cu in druge dobre prevodnike (srebro Ag, aluminij Al, zlato Au) ni zanemarljiva niti pri omrežni frekvenci $f = 50 \text{ Hz}$, kjer znaša približno centimeter. Kot debelejši vodniki se celo v energetiki uporabljajo bakrene cevi, saj v sredini cevi itak ni toka.

V področju radijskih frekvenc okoli $f = 100 \text{ MHz}$ znaša vdorna globina δ v baker komaj nekaj mikrometrov. V večjem delu preseka vodnika sploh ni nobenega toka. Upornost vodnikov tedaj narašča sorazmerno s korenem frekvence. Izgube koaksialnega kabla in drugih TEM vodov prav tako naraščajo sorazmerno s korenem frekvence.

Hkrati se notranja induktivnost vodnikov $L_p = X_p / \omega = \sqrt{\mu / 2 \omega \gamma}$ zmanjšuje obratno sorazmerno korenu frekvence. Na frekvencah nad $f > 1 \text{ MHz}$ postane notranja induktivnost vodnikov zanemarljivo majhna v primerjavi z induktivnostjo prostora (snovi) med vodniki.

Pri svetlobnih frekvencah nad $f > 100 \text{ THz}$ prevodnost γ in permeabilnost μ kovin že močno odstopata od vrednosti pri nizkih frekvencah. Prevodnost bakra in drugih kovin začne upadati. Izračunane vrednosti v tabeli so vprašljive? Kovinska zrcala so v optiki slaba zrcala, od njih se odbije le del vpadne svetlobe.

Ko hrapavost površine vodnika $\Delta h > \delta$ presega vdorno globino, se pot toka znatno podaljša. Povečanje izgub zaradi hrapavosti površine kovin opazimo že na mikrovalovnih frekvencah nad $f > 1 \text{ GHz}$. Mikrovalovna vezja zato zahtevajo zrcalno gladke površine vodnikov.

Prevodnost γ in permeabilnost μ železa Fe sta močno odvisni od podrobnosti sestavin zlitine in obdelave. Tabela je izračunana za relativno permeabilnost $\mu_r \approx 10000 = 10^4$ in prevodnost, ki je sedemkrat manjša $\gamma_{Fe} \approx \gamma_{Cu} / 7$ od prevodnosti bakra. V tem primeru je vdorna globina δ v železo $\sqrt{10^4 / 7} \approx 38$ -krat manjša od vdorne globine v baker, plastna upornost R_p železa pa $\sqrt{10^4 \cdot 7} \approx 265$ -krat višja od plastne upornosti bakra.

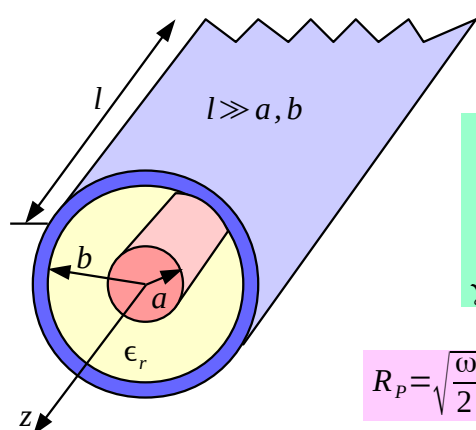
Zaradi tanke vdorne globine δ in visoke plastne upornosti R_p vnašajo železni vodniki velike izgube že pri omrežni frekvenci $f = 50 \text{ Hz}$. Še višje izgube železa omogočajo delovanje indukcijskega kuhalnika pri frekvenci okoli $f \approx 25 \text{ kHz}$. Goli železni vodniki so povsem neuporabni za telekomunikacijske vode, tuljave, rezonatorje in antene.

Drobci železa Fe so osnovna sestavina mikrovalovnih absorberjev (dušilcev valovanja). Slednji imajo podobno valovno impedanco $Z = \sqrt{\mu' / \epsilon'} \approx Z_0$ kot prazen prostor in hkrati zelo velike izgube.

Mikrovalovne absorberje uporabljamo za dušenje neželenih rezonanc votlin znotraj kovinskih (oklopljenih) ohišij elektronskih vezij za zelo visoke frekvence vse do gradnikov in zunanjih premazov radarsko-nevidnih letal.

Železne vodnike pogosto prevlečemo s tanko plastjo dobrega prevodnika (pobakrimo, posrebrimo). Zadošča prevleka dobrega prevodnika debeline komaj nekaj vdornih globin δ , torej v velikostnem razredu nekaj deset mikrometrov. V isti napravi tedaj združimo mehansko trdnost železne sredice (brez električnega toka) in odlične električne lastnosti tanke kože srebra Ag ali drugega dobrega prevodnika.

Zanimiva naloga v telekomunikacijah je izračun slabljenja prenosnega voda. V vodih s kovinskimi vodniki (koaksialni kabel, kovinski votlovod) je glavni izvor izgub končna prevodnost kovin, ki jih kožni pojav še dodatno povečuje. V primerjavi z izgubami v vodnikih so v istem prenosnemvodu izgube kakovostnega dielektrika zanemarljivo majhne. Kot zgled si oglejmo koaksialni kabel za medkrajevno povezavo zmogljivosti $C=140$ Mbit/s :



$$\begin{aligned} a &= 2 \text{ mm} \\ b &= 7 \text{ mm} \\ \epsilon_r &= 2.2 \\ f &= 100 \text{ MHz} \\ \gamma &= 56 \cdot 10^6 \text{ S/m} \end{aligned}$$

Slabljenje koaksialnega kabla

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} \approx 6.73 \mu\text{m} \ll a, b$$

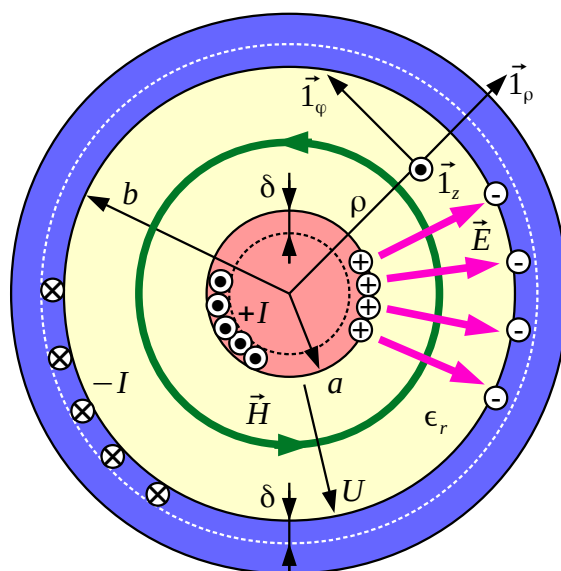
$$R_p = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \approx 2.66 \text{ m}\Omega$$

$$R/l = \frac{R_p}{2\pi a} + \frac{R_p}{2\pi b} = \frac{R_p}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \approx 0.272 \Omega/\text{m}$$

$$Z_K = \frac{Z_0}{2\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \approx 50.7 \Omega$$

$$\alpha = \frac{R/l}{2 Z_K} \approx 2.68 \cdot 10^{-3} \text{ Np/m}$$

$$a_{dB}/l = \frac{20}{\ln 10} \cdot \alpha \approx 0.0233 \text{ dB/m} = 23.3 \text{ dB/km}$$



Pri navedeni frekvenci $f=100$ MHz je vdorna globina $\delta \approx 6.73 \mu\text{m} \ll a, b$ dosti manjša od prečnih izmer kabla. Električni tok obstaja samo v tanki koži na površini žile ter v tanki koži na notranji površini

oklopa. Žila in oklop sta iz bakra z upornostjo plasti $R_p \approx 2.66 \text{ m}\Omega$ pri navedeni frekvenci $f = 100 \text{ MHz}$.

Upornost tanke kože na površini žile na enoto dolžine znaša $R_{\text{žile}}/l = R_p/2\pi a$. Upornost tanke kože na notranji površini oklopa na enoto dolžine znaša $R_{\text{oklopa}}/l = R_p/2\pi b$. Skupno upornost izgub na enoto dolžine izračunamo $R/l = R_{\text{žile}}/l + R_{\text{oklopa}}/l \approx 0.272 \Omega/\text{m}$.

Izračun karakteristične impedance (upornosti) koaksialnega kabla je že bil opisan v poglavju "2. Telegrafska enačba". Podatki iz zgleda dajejo $Z_K \approx 50.7 \Omega$. Izračun slabljenja prenosnega voda zaradi končne prevodnosti vodnikov je bil izpeljan v poglavju "5. Smithov diagram" kot približek $\alpha \approx (R/l)/2Z_K$. Približek daje slabljenje $\alpha \approx 0.268 \cdot 10^{-3} \text{ Np/m}$ na enoto dolžine opisanega medkrajevnega kabla.

V opisani nalogi je smiselno, da izračunano slabljenje pretvorimo iz Neprov na meter v decibele na kilometer in dobimo $a_{\text{dB}}/l \approx 23.3 \text{ dB/km}$. Medkrajevni koaksialni kabel torej potrebuje ojačevalnike oziroma regeneratorje na medsebojni razdalji približno $l \approx 2 \text{ km}$. Notranjemu premeru kabla $2b = 14 \text{ mm}$ moramo dodati še debelino oklopa in zunanjo zaščito, kar pomeni, da takšen kabel ni poceni. Številni ojačevalniki oziroma regeneratorji so še dražji.

Izračunano slabljenje $a_{\text{dB}}/l \approx 23.3 \text{ dB/km}$ izhaja iz omejitev snovi, vodnikov iz bakra Cu, iz katerih je kabel izdelan. Posrebreni (Ag) vodniki znižujejo slabljenje za komaj pet odstotkov! Brez superprevodnikov torej ne moremo izdelati kaj bistveno boljšega koaksialnega kabla. Prava rešitev za medkrajevno zvezo je vod, ki ne uporablja kovin. Sodobno svetlobno vlakno iz kremenovega stekla SiO_2 hkrati omogoča več kot stokrat manjše slabljenje $a_{\text{dB}}/l \approx 0.2 \text{ dB/km}$, bistveno večjo pasovno širino in več kot stokrat manjše prečne izmere.

Čeprav koaksialni kabel danes ni več najprimernejši za medkrajevni vod, je še vedno zelo uporabna naprava na krajših razdaljah. Kaj vse vpliva na slabljenje koaksialnega kabla z dobrim dielektrikom in končno prevodnostjo vodnikov, ugotovimo tako, da vse izpeljave združimo v en sam izraz za slabljenje kabla:

$$\alpha = \frac{R_p \sqrt{\epsilon_r}}{2 Z_0 b} \left[\frac{(b/a) + 1}{\ln(b/a)} \right]$$

Plastna upornost $R_p = \sqrt{\omega \mu / 2 \gamma}$ je sorazmerna korenu frekvence ter vsebuje lastnost snovi vodnikov. Dober dielektrik sicer sam po sebi ne vnaša izgub, pač pa znižuje karakteristično impedanco kabla Z_K . Višjo Z_K in posledično nižje slabljenje daje dielektrik z nižjim ϵ_r . Koaksialni kabli z nizkim slabljenjem v ta namen uporabljajo penast dielektrik oziroma distančnike za mehansko podporo srednje žile.

Valovna impedanca praznega prostora $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ je fizikalna konstanta, ki je ne moremo spreminjati. Polmer oklopa b določa zunanje izmere in ceno kabla. V skrajnem primeru prevelik b omogoči razširjanje višjega valovodnega rodu TE_{11} poleg osnovnega rodu TEM, kar predstavlja strogo gornjo frekvenčno mejo koaksialnega kabla.

Načrtovalcu koaksialnega kabla preostane izbira razmerja $x = b/a$ med polmerom oklopa in polmerom žile. Povsem jasno je sredica žile visokofrekvenčnega koaksialnega kabla lahko votla oziroma zapolnjena z mehanskim nosilcem (železom). Poleg karakteristične impedance kabla isto razmerje $x = b/a$ določa tudi slabljenje kabla. V izrazu za slabljenje to razmerje nastopa v obliki:

$$f(x) = \frac{x+1}{\ln x}$$

Transcendentna funkcija $f(x) \rightarrow \infty$ gre proti neskončnosti, ko gre argument $x \rightarrow 1$ oziroma $x \rightarrow \infty$. Vmes doseže transcendentna funkcija dokaj plitev minimum pri $x \approx 3.591121 \approx 3.6$. Izbira razmerja polmer oklopa proti polmeru žile $b/a \approx 3.6$ daje koaksialni kabel z najnižjim slabljenjem.

Koaksialni kabel z razmerjem $b/a = 3.6$ in praznim prostorom (zrakom) kot dielektrikom dosega karakteristično impedanco $Z_K \approx 76.8 \Omega$. Najbolj običajen dielektrik koaksialnega kabla je polietilen z relativno dielektričnostjo $\epsilon_r = 2.25$. Pri optimalnem razmerju $b/a = 3.6$ daje polietilenska izolacija koaksialni kabel s karakteristično impedanco $Z_K \approx 51.2 \Omega$.

Koaksialni kabli, pripadajoče vtičnice in merilni instrumenti so danes večinoma izdelani za karakteristično impedanco $Z_K = 50 \Omega$. Koaksialni kabli s penastim dielektrikom omogočajo malenkost nižje slabljenje okoli $Z_K \approx 60 \Omega$. Kabli in vtičnice za kabelsko televizijo so zato običajno izdelani

za karakteristično impedanco $Z_K = 60 \Omega$. Končno se koaksialni kabli, pripadajoče vtičnice in merilna oprema izdelujejo tudi za karakteristično impedanco $Z_K = 75 \Omega$.

Koaksialni kabel predstavlja preprost, elektromagnetno zaključen vod z zanemarljivo majhnim zunanjim poljem. Oklop koaksialnega kabla omogoča zares majhen presluh do drugih elektromagnetnih naprav v okolici. Žal koaksialni kabel ne omogoča najnižjega slabljenja.

Če isto količino bakra oblikujemo v simetrični dvovod (parica), naraste upornost izgub R/l za manj kot dvakrat ob hkratnem prirastku karakteristične impedance Z_K za faktor trikrat do desetkrat v primerjavi s koaksialnim kablom. Računalniške povezave (Ethernet) uporabljajo kable s štirimi z neoklopljenimi paricami UTP (Unshielded Twisted Pair). Presluh med sosednjimi paricami v istem kablju znižuje skrbna izbira periode prepletanja paric, ki je za vsako parico v kablju drugačna.

Karakteristično impedanco voda Z_K lahko zvišamo tudi tako, da v vod periodično vstavljamo dodatne zaporedne koncentrirane tuljave. Čeprav je postopek že leta 1893 objavil Oliver Heaviside, sta danes bolj znana Mihajlo Pupin in njegov patent iz leta 1899. Pupinove tuljave, vstavljene približno vsake dva kilometra, so sicer znižale slabljenje telefonskega voda in podvojile domet telefonske zveze brez ojačevalnikov. Vod s periodičnimi koncentriranimi tuljavami se žal obnaša kot nizkoprepustno frekvenčno sito. Pasovna širina voda s Pupinovimi tuljavami je manjša, zato se Pupinove tuljave danes ne uporabljajo več.

Povečana upornost vodnikov zaradi kožnega pojava omejuje tudi električne lastnosti drugih naprav. Kovinska žica krožnega prereza s polmerom $r \gg \delta$ ima precej višjo upornost za visokofrekvenčni izmenični tok kot pa za enosmerni tok:

$$R_{\sim} = \frac{l}{\gamma A_{\sim}} = \frac{l}{\gamma 2\pi r \delta} \gg R_{=} = \frac{l}{\gamma A_{=}} = \frac{l}{\gamma \pi r^2}$$

Kvaliteta tuljave iz bakrene žice krožnega prereza in neferomagnetnim (zračnim) jedrom običajno ne preseže vrednosti $Q = \omega L/R < 100$ v področju radijskih frekvenc. Nekoliko manjše izgube in višjo kvaliteto omogoča visokofrekvenčna pletenica, sestavljena iz večjega števila med sabo izoliranih in prepletenih tankih bakrenih žic. Slednje dajejo ob nespremenjenem preseku bakra večji skupni obseg vodnika, kjer se električni

tok enakomerno porazdeli po koži vseh malih žičk.

Višjo kvaliteto električnega rezonatorja dosežemo v votlinskem rezonatorju. Tudi kvaliteto električnega votlinskega rezonatorja

$Q = \omega W_{shranjena} / P_{izgub}$ omejujejo izgube električnih tokov v stenah rezonatorja in pripadajoči kožni pojav. Kovinska votlina iz dobrega prevodnika z gladkimi stenami dosega $Q \approx 10^4$ na osnovnem rodu v frekvenčnem pasu okoli $f \approx 3 \text{ GHz}$.

Eksponentno usihajoče elektromagnetno polje dobimo tudi pri popolnem odboju na meji dveh brezizgubnih snovi, bolj točno v redkejši snovi, kot je to opisano v poglavju "13. Ravninski val". Sam fizikalni pojav je pri popolnem odboju bistveno drugačen od valovanja v snovi z izgubami! V snovi brez izgub je valovna impedanca $Z = |(\vec{E})|/|(\vec{H})| = \sqrt{\mu/\epsilon}$ povsem realna. Pretok delovne moči $\text{Re}[\text{div}(\vec{S})] = 0$ nima niti izvorov niti ponorov. Električna energija se torej ohranja.

V snovi z izgubami je valovna impedanca $Z = |(\vec{E})|/|(\vec{H})| = \sqrt{\mu'/\epsilon'}$ kompleksno število, kjer izgube opisujeta kompleksna permeabilnost μ' oziroma kompleksna dielektričnost ϵ' . Pretok delovne moči

$\text{Re}[\text{div}(\vec{S})] < 0$ ima ponore! Izgube pretvarjajo električno energijo v toploto. Električna energija se torej NE ohranja.

V telekomunikacijah izkoriščamo oba opisana, med sabo zelo različna naravna pojava, za isti namen: vodenje valovanja. Valovanje v izgubni snovi je natančen elektromagnetni opis kovinskih vodnikov. Slabljenje koaksialnega kabla, parice, kovinskega votlovoda in drugih kovinskih valovodov je povsem določeno z naravnimi lastnostmi kovinskih vodnikov. Popoln odboj valovanja je natančen elektromagnetni opis pojava na meji dveh različnih brezizgubnih snovi. Ker znamo izdelati različne zelo dobre dielektrike, je slabljenje svetlobnega vlakna lahko izredno majhno.

* * * * *