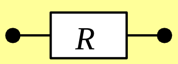
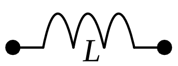
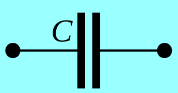
4. Frekvenčni prostor in kazalci

Obravnava elektrotehnične naloge je v časovnem prostoru povsem nazorna. Trenutne fizikalne veličine, na primer napetost $u(t)$ in tok $i(t)$, so natančno tisto, kar vidimo na zaslonu osciloskopa. Časovno odvisnost namenoma poudarimo z zapisom veličin z malimi črkami. Reševanje enačb tudi s povsem linearnimi gradniki žal v časovnem prostoru ni preprosto. Obnašanje gradnikov, ki lahko hranijo energijo, na primer tuljav L oziroma kondenzatorjev C, opisujejo odvodi oziroma integrali vpletenih veličin.

Matematiki se reševanju linearnih enačb z odvodi in integrali spretno izognejo z integralskimi transformacijami. Obnašanju linearnega vezja pri krmiljenju s harmonskimi (sinusnimi) signali se dobro prilega Fourierjeva transformacija v frekvenčni prostor s krožno (realno) frekvenco ω. Za obravnavo prehodnih pojavov v linearnih vezjih je primernejša Laplacejeva transformacija s kompleksno frekvenco $s=\sigma+j\omega$. V obeh primerih se časovni odvodi oziroma integrali preslikajo v množenje oziroma deljenje s frekvenco:

Časovni prostor		Fourier	Laplace
$f(t)$	$\longleftrightarrow$	$F(\omega)=\int f(t)e^{-j\omega t}dt$ $j=\sqrt{-1}$	$F(s)=\int f(t)e^{-st}dt$ $s=\sigma+j\omega$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$\longleftrightarrow$	$j\omega\cdot F(\omega)$	$s\cdot F(s)$
$\int f(t)dt$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{j\omega}\cdot F(\omega)$	$\frac{1}{s}\cdot F(s)$
$u(t)=R\cdot i(t)$		$U(\omega)=R\cdot I(\omega)$	$U(s)=R\cdot I(s)$
$u(t)=L\cdot\frac{di(t)}{dt}$		$U(\omega)=j\omega L\cdot I(\omega)$	$U(s)=sL\cdot I(s)$
$u(t)=\frac{1}{C}\cdot\int i(t)dt$		$U(\omega)=\frac{1}{j\omega C}\cdot I(\omega)$	$U(s)=\frac{1}{sC}\cdot I(s)$

Pri kateremkoli integriranju moramo meje postaviti tako, da je na mejah integracije energija v gradnikih, tuljavah L in kondenzatorjih C, enaka nič oziroma upoštevana v dodatnih integracijskih konstantah. Na primer, začetno energijo v kondenzatorju upoštevamo kot dodatno napetost U_0, ki jo prištejemo integralu za napetost na kondenzatorju. Pri uporabi integralskih transformacij se jasno vprašamo, kaj v resnici pomenijo nove veličine, spektri $I(\omega)$ in $U(\omega)$ oziroma $I(s)$ in $U(s)$ v pripadajočem frekvenčnem prostoru ter kako jih izmerimo?

Najpreprostejši zgled je krmiljenje vezja s harmonskim virom ene same frekvence ω. Izmenično napetost $u(t)$ tedaj opisujeta dva realna podatka: amplituda U in pripadajoči fazni kot ϕ_U. Izraz $\cos(\omega t+\phi_U)$ lahko zapišemo tudi kot realni del kompleksne eksponentne funkcije. Oba realna podatka U in ϕ_U, ki imata jasno določen fizikalni pomen, združimo v eno samo kompleksno število $\hat{U}$, ki ga imenujemo kazalec (angleško: phasor) napetosti:

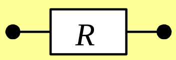
$$u(t)=U\cdot\cos(\omega t+\phi_U)=\mathrm{Re}\left[U\cdot e^{j\phi_U}\cdot e^{j\omega t}\right]=\mathrm{Re}\left[\hat{U}\cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$i(t)=I\cdot\cos(\omega t+\phi_I)=\mathrm{Re}\left[I\cdot e^{j\phi_I}\cdot e^{j\omega t}\right]=\mathrm{Re}\left[\hat{I}\cdot e^{j\omega t}\right]$$

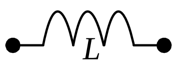
Kazalci

$$\hat{U}=U\cdot e^{j\phi_U}$$

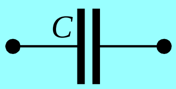
$$\hat{I}=I\cdot e^{j\phi_I}$$



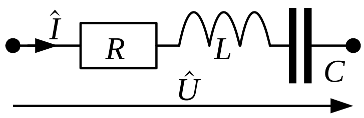
$$u(t)=R\cdot i(t)=\mathrm{Re}[R\cdot\hat{I}\cdot e^{j\omega t}] \longrightarrow \hat{U}=R\cdot\hat{I}$$



$$u(t)=L\cdot\frac{d\,i(t)}{dt}=\mathrm{Re}[L\cdot\hat{I}\cdot j\omega\cdot e^{j\omega t}] \longrightarrow \hat{U}=j\omega L\cdot\hat{I}$$

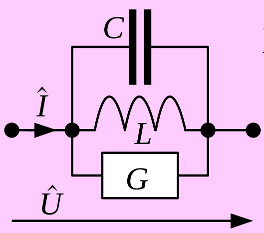


$$u(t)=\frac{1}{C}\cdot\int i(t)\,dt=\mathrm{Re}[\frac{1}{C}\cdot\hat{I}\cdot\frac{1}{j\omega}\cdot e^{j\omega t}] \longrightarrow \hat{U}=\frac{1}{j\omega C}\cdot\hat{I}$$



$$\hat{U}=\left(R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}\right)\cdot\hat{I}=Z\cdot\hat{I}$$

$$Z=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=R+jX$$



$$\hat{I}=\left(j\omega C+\frac{1}{j\omega L}+G\right)\cdot\hat{U}=Y\cdot\hat{U}$$

$$G=1/R$$

$$Y=j\omega C+\frac{1}{j\omega L}+G=G+jB$$

Računanje s kazalci $\hat{U}$ in $\hat{I}$ postane z izjemo uporabe kompleksnih števil silno enostavno. Časovne odvode oziroma integrale zamenja množenje oziroma deljenje z $j\omega$. Integracijske konstante, energije v tuljavah L in v kondenzatorjih C, smemo zanemariti, saj pri eni sami frekvenci ω opazujemo ustaljeno (stacionarno) stanje vezja, ko je kakršenkoli prehodni pojav že izzvenel.

Pri računu s kazalci je smiselno uvesti nova pojma impedance $Z=R+jX$ in admitance $Y=G+jB$. Impedanca Z je kompleksna upornost, ki vključuje realno upornost R in reaktanco X . Admitanca Y je kompleksna prevodnost, ki vključuje realno prevodnost G in susceptanco B . Imaginarni veličini X oziroma B opisujeta gradnike, ki hranijo energijo: tuljave L in kondenzatorje C . Takšne gradnike imenujemo reaktivni gradniki.

Integralske transformacije in računanje s kazalci so uporabni in priljubljeni računski postopki, ki uporabljajo kompleksna števila. Slednja nimajo preproste fizikalne razlage. Zatakne se že pri predznaku j .

Kakorkoli definiramo $j=\sqrt{-1}$ oziroma $j^2=-1$, kvadratni koren oziroma kvadratna enačba imata vedno dve rešitvi $+j$ in $-j$. Slednje si je težje predstavljati kot dve rešitvi $+1$ in -1 naloge $\sqrt{1}$ v obsegu realnih števil. Dve različni rešitvi kvadratnega korena oziroma kvadratne enačbe imata najmanj tri različne pomene:

V prvem primeru imata dve rešitvi vsaka svoj fizikalni pomen in obe rešitvi srečamo v praktičnih napravah. Nazoren primer sta napredujoči val in odbiti val, ki nastopata hkrati na istem prenosnem vodu. Neposredni val in odbiti val ustrezata dvema rešitvama korena $v=\pm 1/\sqrt{L/l\cdot C/l}$ oziroma $\beta=\pm\omega\sqrt{L/l\cdot C/l}$.

V drugem primeru imata dve rešitvi vsaka svoj fizikalni pomen, ampak samo ena od rešitev je preprosto izvedljiva in uporabna. Primer je sevanje točkastega izvora v koordinatnem izhodišču (r,Θ,Φ) , kjer fazo opisuje člen e^{-jkr} v praznem prostoru. Rešitev s členom e^{+jkr} bi zahtevala porazdeljene izvore v neskončnosti, katerih sevanje vpija točkasto črno telo v koordinatnem izhodišču?

V tretjem primeru ima naloga samo eno fizikalno rešitev. Na primer, iz podatka $x=\sin\alpha$ računamo $\cos\alpha=\sqrt{1-x^2}$, kjer ima samo ena od rešitev kvadratnega korena fizikalni pomen. Katera od rešitev ima fizikalni pomen, ni lahko ugotoviti, še posebno ne v primeru, ko je izraz $1-x^2$ kompleksno število (primer odboj in lom valovanja na meji dveh snovi).

Pogosto se moramo držati začetnega dogovora, katero od dveh (kompleksnih) rešitev korena oziroma enačbe uporabljamo za opis resničnega fizikalnega pojava. Izbiro predznaka j najbolj preprosto opisuje preslikava odvajanja po času $\partial/\partial t \rightarrow j\omega$ v frekvenčni prostor. Odvod harmonske funkcije oziroma $+j$ pomeni prehitevanje faze (angleško: phase lead). Integral harmonske funkcije oziroma $-j$ pomeni zaostajanje faze (angleško: phase lag).

Fazni zasuk je fizikalni pojav, ki ga opazujemo in merimo brez uporabe kompleksnih števil vključno s predznakom: prehitevanje (angleško: phase lead) ali zaostajanje (angleško: phase lag). Pri zapisu faznega zasuka s kompleksnimi števili se je zato nujno držati dogovora o predznaku j, ki sledi iz izbire predznaka eksponenta v integralskih transformacijah oziroma bolj preprosto $\cos(\omega t+\phi)=\mathrm{Re}[e^{j(\omega t+\phi)}]$.

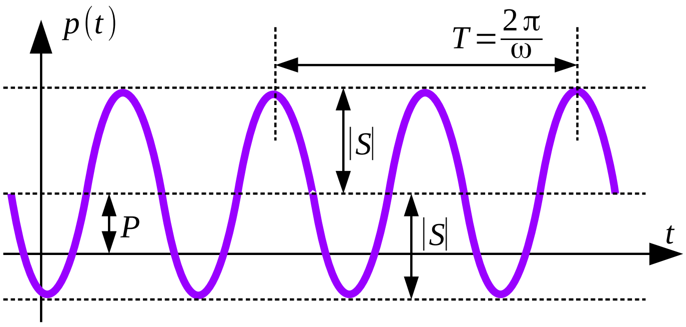
Povsem jasno bi v integralskih transformacijah lahko izbrali obraten predznak eksponenta oziroma bolj preprosto $\cos(\omega t+\phi)=\mathrm{Re}[e^{-j(\omega t+\phi)}]$. Slednje bi obrnilo na glavo definicijo predznaka faznega zasuka: $+j$ bi pri takšni izbiri pomenil zaostajanje faze oziroma $-j$ prehitevanje faze. V izogibanju nesporazumom tega ne počnemo!

Preprost račun s kazalci oziroma s spektri integralskih transformacij odpove, ko trčimo ob nelinearno nalogo. Najpogostejša nelinearna naloga je izračun moči. V časovnem prostoru je trenutna moč $p(t)=u(t)\cdot i(t)$ zmnožek trenutne napetosti in toka. Pri harmonskem krmiljenju trenutna moč niha z dvakratno frekvenco 2ω kot posledica kvadratne naloge, množenja napetosti in toka. Moč lahko v določenih trenutkih postane tudi negativna, ko tuljave L in kondenzatorji C vračajo vskladiščeno energijo nazaj viru:

$$u(t)=U\cdot\cos(\omega t+\phi_U)=\mathrm{Re}\left[\hat{U}\cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$i(t)=I\cdot\cos(\omega t+\phi_I)=\mathrm{Re}\left[\hat{I}\cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$\hat{U}=U\cdot e^{j\phi_U} \qquad \hat{I}=I\cdot e^{j\phi_I}$$



$$p(t)=u(t)\cdot i(t)=U\cdot I\cdot\cos(\omega t+\phi_U)\cdot\cos(\omega t+\phi_I)=\frac{U\cdot I}{2}\cdot\left[\cos(\phi_U-\phi_I)+\cos(2\omega t+\phi_U+\phi_I)\right]$$

Kompleksna moč $$S=P+jQ=\frac{\hat{U}\cdot\hat{I}^*}{2}=\frac{U\cdot e^{j\phi_U}\cdot I\cdot e^{-j\phi_I}}{2}=\frac{U\cdot I}{2}\cdot e^{j(\phi_U-\phi_i)}$$

Navidezna moč $$|S|=\left|\frac{\hat{U}\cdot\hat{I}^*}{2}\right|=\frac{U\cdot I}{2}=\frac{p(t_{MAX})-p(t_{MIN})}{2}$$

Delovna moč $$P=\langle p(t)\rangle=\mathrm{Re}\left[\frac{\hat{U}\cdot\hat{I}^*}{2}\right]=\frac{U\cdot I}{2}\cdot\mathrm{Re}\left[e^{j(\phi_U-\phi_i)}\right]=\frac{U\cdot I}{2}\cdot\cos(\phi_U-\phi_I)$$

Jalova moč $$Q=\mathrm{Im}\left[\frac{\hat{U}\cdot\hat{I}^*}{2}\right]=\frac{U\cdot I}{2}\cdot\mathrm{Im}\left[e^{j(\phi_U-\phi_i)}\right]=\frac{U\cdot I}{2}\cdot\sin(\phi_U-\phi_I)$$

Pri računanju s kazalci $\hat{U}$ in $\hat{I}$ je smiselno uvesti pojem kompleksne moči $S=P+jQ$. Pri izračunu moči je pomembna razlika med faznim kotom napetosti in toka $\phi_U-\phi_I$. Na primer, kompleksna moč na uporu je povsem delovna in večja od nič, razlika med faznima kotoma je tedaj enaka nič $\phi_U-\phi_I=0$. Reaktivni gradniki, tuljave in kondenzatorji, samo hranijo energijo, ne trošijo pa nobene moči, zato je kompleksna moč na njih povsem jalova in znaša razlika $\phi_U-\phi_I=\pm\pi/2$.

Razliko faznega kota dobimo z množenjem kazalca napetosti $\hat{U}$ s konjugirano-kompleksno vrednostjo kazalca toka $\hat{I}^*$. Ker kazalca $\hat{U}$ in $\hat{I}^*$ vsebujeta amplitudi, torej vršni vrednosti harmonske napetosti in toka, moramo rezultat za moč deliti z dva! Deljenje z dva neposredno sledi iz izračuna povprečne moči $\langle p(t)\rangle$, ko razstavimo produkt kosinusov v vsoto in izločimo nihanje moči z dvojno frekvenco 2ω .

V praksi pogosto uporabljamo efektivni vrednosti toka $I_{eff}=I/\sqrt{2}$ in napetosti $U_{eff}=U/\sqrt{2}$, da se izognemo deljenju z dva pri računanju moči. Podobno lahko definiramo tudi kazalca $\hat{I}_{eff}=\hat{I}/\sqrt{2}$ in $\hat{U}_{eff}=\hat{U}/\sqrt{2}$. Pri navajanju oziroma uporabi podatkov v praksi moramo biti zelo previdni, kaj točno mislimo: amplitudo (vršno vrednost) z merskimi enotami V ali efektivno (koren povprečja kvadratov, angleško: root-mean-square ali RMS) vrednost z merskimi enotami $\mathrm{V_{eff}}$ ($\mathrm{V_{RMS}}$)?

Da je zmešnjava popolna, obstajata poleg amplitude in efektivne vrednosti še dve dodatni merski enoti za napetost. Napetost vrh-vrh je za harmonski signal točno dvojna amplituda $U_{PP}=2\mathrm{U}$ in jo merimo v enotah $\mathrm{V_{PP}}$ (angleško: volts peak-to-peak). Napetost »emf« (angleško: electro-motive force) je efektivna napetost odprtih sponk vira, ki ima notranjo impedanco $Z_g=Z_K$ enako dogovorjeni karakteristični impedanci. Ko je takšen vir priključen na breme $Z_b=Z_K$, velja $U_{emf}=U_{geff}=2U_{eff}$. Pripadajoča merska enota $\mathrm{V_{emf}}$ se uporablja za opis občutljivosti radijskega sprejemnika.

Realni del kompleksne moči $S=P+jQ$ je delovna moč $P=\langle p(t)\rangle$ oziroma dolgotrajno časovno povprečje trenutne moči. Navidezna moč $|S|$ opisuje amplitudo nihanja trenutne moči $p(t)$ z dvakratno frekvenco 2ω okoli povprečja P . Imaginarni del kompleksne moči S je jalova moč Q oziroma merilo za vskladiščeno energijo v reaktivnih gradnikih, tuljavah in kondenzatorjih: $Q=2\omega(\langle W_m\rangle-\langle W_e\rangle)$.

V elektrodinamiki si pogosto ne moremo privoščiti zgoraj opisanega razkošja črk in oznak frekvenčnega prostora. Ko želimo izrecno poudariti kazalce, pripadajoči veličini $\hat{U}$ in $\hat{I}$ zapisujemo s strešicami nad velikimi črkami oziroma podčrtano $\underline{U}$ in $\underline{I}$, da jih razlikujemo od enosmernih veličin oziroma amplitud U in I . V večini nalog elektrodinamike si razkošja dodatnih strešic oziroma črtic ne želimo. Ko za določene veličine natančno vemo, da so kazalci, zanje uporabljamo kar velike črke brez strešic. Na primer, U in I v takšni nalogi pomenita kazalce!

Podobno si ne moremo privoščiti uporabe treh različnih črk P , Q in S samo za zapis kompleksne moči. V elektrodinamiki pogosto uporabljamo veliko črko P kar za kompleksno moč. $\mathrm{Re}[P]$ je tedaj delovna moč, $|P|$ navidezna moč in $\mathrm{Im}[P]$ jalova moč. Veliko črko S v elektrodinamiki najpogosteje uporabljamo za gostoto kompleksne moči na enoto površine z merskimi enotami $\mathrm{W/m^2}$. Realni del, velikost in imaginarni del pomenijo gostoto delovne moči $\mathrm{Re}[S]$, gostoto navidezne moči $|S|$ in gostoto jalove moči $\mathrm{Im}[S]$.

Končno je težava še s kazalci, ki jih nemarneži v tuji literaturi imenujejo kar vektorji namesto pravilnega angleškega izraza phasor. Vektorji so nekaj povsem drugega, potrebujemo jih za opis nekaterih fizikalnih veličin v tridimenzijskih nalogah. V elektrodinamiki pogosto naletimo na veličine, ki so hkrati vektorji in kazalci, na primer izmenično (harmonsko) električno polje $\vec{E}$. Kaj takrat točno pomeni izraz $|\vec{E}|$, je treba razvozljati iz pripadajočega besedila oziroma smisla naloge: velikost vektorja (kompleksni skalar), velikost kazalca (realni vektor) ali oboje (realni skalar $\sqrt{\vec{E}\cdot\vec{E}*}$)?

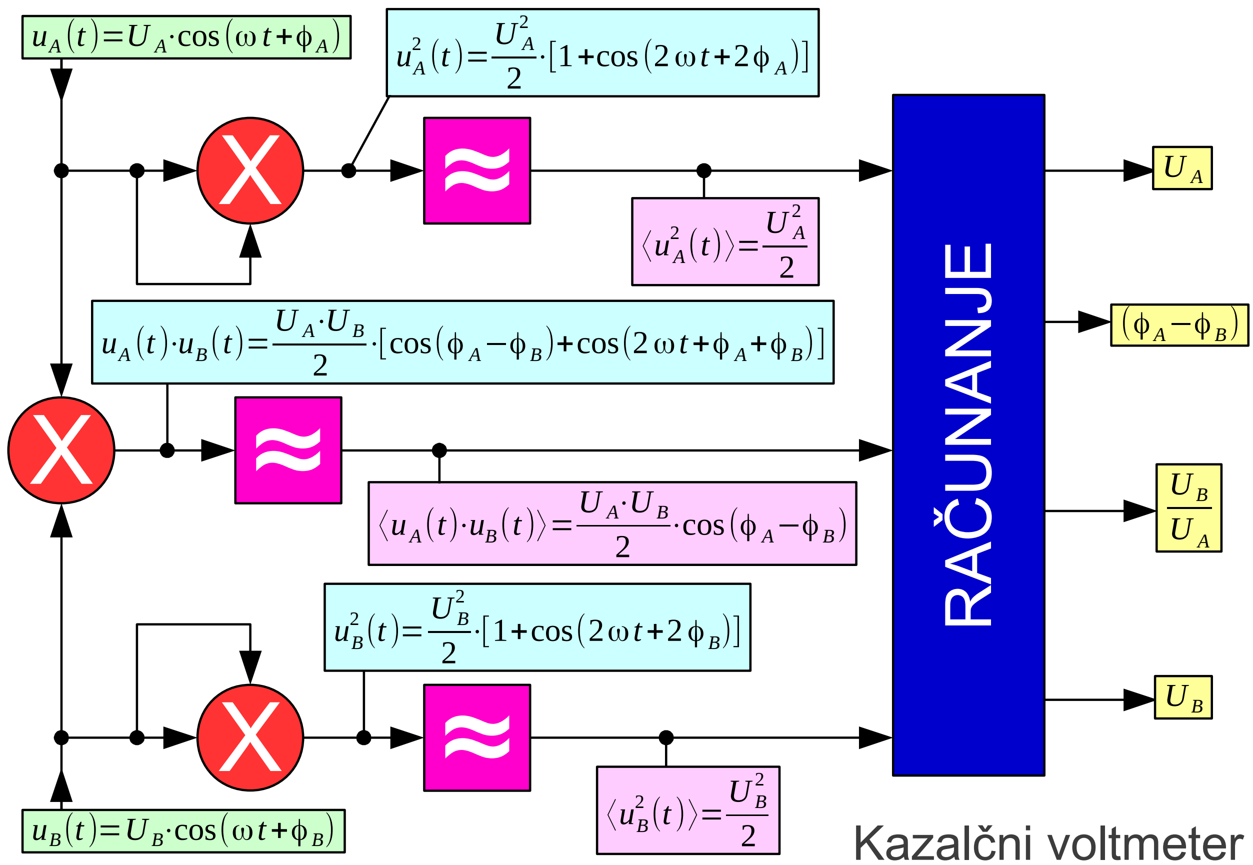
Pri meritvi časovno-spremenljivih fizikalnih veličin takoj naletimo na vprašanje merjenja časa oziroma točne sinhronizacije. Osciloskop lahko pravilno prikaže trenutne veličine, na primer napetost $u(t)$ oziroma tok $i(t)$ samo v primeru, da natančno poznamo čas t , torej poskrbimo za pravilno proženje časovne baze osciloskopa.

Sam osciloskop večinoma ne vsebuje neke silno natančne oziroma absolutne (atomske) ure za določanje časa t . Še slabšo natančnost določanja časa t lahko pričakujemo od kakršnegakoli merjenca. Časovno bazo osciloskopa zato največkrat prožimo kar na sam merjeni signal, na primer napetost $u(t)$. Časovno bazo osciloskopa lahko prožimo na nek drug signal v vezju, na primer na tok bremena $i(t)$, ki je v neposredni zvezi z merjeno veličino, na primer napetost na istem bremenu $u(t)$.

V frekvenčnem prostoru se vprašanje določanja časa preslika v vprašanje določanja faze neke merjene kazalčne veličine. Preprost izmenični voltmeter meri samo amplitudo napetosti U oziroma velikost kazalca $|\hat{U}|$ in jo prikaže v dogovorjenih merskih enotah V ali $\mathrm{V_{eff}}$ ($\mathrm{V_{RMS}}$) ali $\mathrm{V_{PP}}$. Izmenični voltmeter v svoji notranjosti meri povprečje kvadratov, torej povprečno izmenično moč, saj se informacija o absolutni fazi kazalca napetosti $\hat{U}$ pri povprečenju popolnoma izgubi!

Tako kot večinoma ne moremo meriti absolutnega časa t , večinoma ne moremo meriti niti absolutne faze ϕ neke kazalčne veličine. V frekvenčnem prostoru opazujemo hitrejše pojave v daljših časovnih razdobjih, torej je naloga določanja absolutne faze še težja. Frekvenca najboljše atomske ure, ki jo znamo danes izdelati, relativno odstopa $\Delta f/f\approx\pm 10^{-14}$. Če dve enaki, ampak popolnoma neodvisni atomski uri vgradimo v merjenec in v merilnik, lahko pri nazivni frekvenci $f=1\,\mathrm{GHz}=10^9\,\mathrm{Hz}$ odstopanje faze $\Delta\phi=\Delta\omega\cdot t>10\,\mathrm{rd}\approx 573^0\approx 1.59\mathrm{ciklov}$ preseže že po enem dnevu!

Relativno odstopanje frekvence telekomunikacijskih naprav je v velikostnem razredu $\Delta f/f\approx\pm 10^{-6}$. Merilniki so kvečjemu za en velikostni razred boljši. Meritev absolutne faze je tem primeru popolnoma nesmiselna. Vse, kar lahko praktično izmerimo, je relativna faza oziroma fazna razlika med dvema izmeničnima signaloma iste frekvence ω s kazalčnim voltmetrom:



Kazalčni voltmeter

Preprost kazalčni voltmeter na sliki uporablja množilnike in nizkoprepustna frekvenčna sita. Če oba vhoda množilnika krmilimo z istim signalom $u(t)$, dobimo na njegovem izhodu $u^2(t)$ in po povprečenju v nizkoprepustnem situ še srednjo vrednost kvadratov $\langle u^2(t)\rangle$, torej kvadrat efektivne vrednosti. Če na vhoda množilnika pripeljemo različna signala $u_A(t)$ in $u_B(t)$, dobimo na izhodu nizkoprepustnega sita poleg amplitud obeh signalov še kosinus fazne razlike, $\cos(\phi_A-\phi_B)$.

Kazalčni voltmeter je dosti bolj komplicirana naprava od običajnega izmeničnega voltmetra tako za izdelavo kot pri praktični uporabi. Kazalčni voltmeter ima vsaj dva neodvisna vhoda (dva para priključnih sponk) in lahko meri le fazno razliko med njima, ne more pa meriti absolutne faze. Glede na notranjo obdelavo signalov (analogno oziroma številsko računanje) lahko kazalčni voltmeter prikaže samo eno amplitudo, obe amplitudi oziroma njun kvocient v linearnih ali logaritemskih merskih enotah.

Prikazani načrt kazalčnega voltmetra je poenostavljen. Ker je $\cos(\phi_A-\phi_B)$ soda funkcija, iz nje ne moremo določiti, ali gre za prehitevanje ali za zaostajanje faze! Resnični merilnik vsebuje še dodatni množilnik z (za četrt periode) zakasnjeno inačico enega od vhodnih signalov, kar izmeri $\sin(\phi_A - \phi_B)$. Iz obeh meritev $\cos(\phi_A - \phi_B)$ in $\sin(\phi_A - \phi_B)$ se končno da enoveljavno določiti fazno razliko v celotnem razponu $0 \leq (\phi_A - \phi_B) < 2\pi$. Povsem jasno se izmerjeni predznak faze obrne, če vhoda merilnika A in B zamenjamo med sabo.

Zakasnitev četrt periode zahteva poznavanje frekvence signala. Frekvenco se da zanesljivo izmeriti samo na primerno močnem signalu, katerega frekvenčni spekter vsebuje eno samo, zadosti ozko spektralno črto. Dva neodvisna vhoda kazalčnega merilnika zato običajno nista enakovredna!

Frekvenco signala se običajno meri samo na referenčnem vhodu (A) kazalčnega merilnika, kjer mora biti vedno prisoten primerno močen in spektralno čist signal.

Drugi vhod je merilni vhod (B), kjer signal ni nujno vedno prisoten niti za njegov frekvenčni spekter ni zahtev. Edina omejitev je prekrmiljenje oziroma poškodba merilnika s premočnim signalom. S ciljem doseganja visoke občutljivosti merilnik izlušči na merilnem vhodu (B) le signal frekvence, ki ustreza meritvi na referenčnem vhodu (A). Brez reference (A) je v takšnem merilniku merilni vhod (B) mrtev tudi za amplitudo!

Kazalčni voltmeter imenujejo izdelovalci merilne opreme pogosto »vektorski voltmeter«. Strogo gledano je takšno ime neupravičeno, ker je električna napetost v vsakem primeru skalarna veličina. Merimo kvečjemu kazalec napetosti. Vektorski analizator vezij (Vector Network Analyzer ali VNA) meri amplitudo in fazo prevajalne funkcije, torej celoten $H(\omega) = U_{IZHOD} / U_{VHOD}$ (kompleksno razmerje kazalcev).

S pojmom »skalarni merilnik« označujejo izdelovalci merilnik amplitude, ki ne zna meriti faze. Skalarni analizator vezij (Scalar Network Analyzer ali SNA) meri torej samo amplitudo prevajalne funkcije $|H(\omega)| = |U_{IZHOD} / U_{VHOD}|$ (razmerje amplitud).

Pri meritvi celotnega frekvenčnega spektra $F(\omega)$ je določanje faze še veliko bolj zahtevno kot pri meritvi na eni sami frekvenci ω . Večina merilnikov spektra, napravo imenujemo spektralni analizator (Spectrum Analyzer ali SA), meri samo amplitudo frekvenčnega spektra $|F(\omega)|$ oziroma valovno-dolžinskega spektra $|F_\lambda(\lambda)|$. Spektralni analizatorji večinoma sploh niso opremljeni s kakršnimkoli vhodom, ki bi omogočal proženje oziroma sinhronizacijo meritve faze na zunanjo referenco.

Pri zelo visokih frekvencah, na primer v optičnih komunikacijah $f\approx 200\,\mathrm{THz}=2\cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ ($\lambda_0=c_0/f\approx 1.5\,\mu\mathrm{m}$), je amplituda frekvenčnega $|F(\omega)|$ oziroma valovno-dolžinskega $|F_\lambda(\lambda)|$ spektra celo edina veličina, ki jo sploh lahko merimo. Na tako visokih frekvencah ne moremo meriti niti faze spektra $F(\omega)$ niti električnega polja $E(t)$ oziroma kakršnihkoli drugih veličin v časovnem prostoru. Omejitve naše merilne tehnike torej dajejo dodaten pomen frekvenčnemu prostoru, kjer lahko merimo vsaj amplitudo spektra, za razliko od časovnega prostora, kjer na visokih frekvencah ne znamo izmeriti ničesar.

V frekvenčnem prostoru so slabljenja in ojačanja lahko zelo visoka razmerja z razponom amplitud tudi več kot $1:10^6$ oziroma razponom moči več kot $1:10^{12}$. Povrhu rešitev telegrafske enačbe in številnih drugih nalog navajajo slabljenje v logaritemskih enotah. Logaritemske merske enote Nepri za razmerje amplitud in decibeli za razmerje moči so zato zelo priljubljene in praktično uporabne:

Neper

$$a_{Np}=\ln\frac{|\hat{U}_1|}{|\hat{U}_2|}$$

$$P=\frac{|\hat{U}|^2}{2Z_K}\qquad |\hat{U}|=\sqrt{2Z_K P}$$

$$a_{Np}=\ln\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}=\frac{1}{2}\ln\frac{P_1}{P_2}$$

Decibel

$$a_{dB}=10\cdot\log\frac{P_1}{P_2}$$

$$a_{dB}=10\cdot\log\left|\frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2}\right|^2=20\cdot\log\left|\frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2}\right|$$

$$a_{dB}=\frac{20}{\ln 10}\cdot\ln\left|\frac{\hat{U}_1}{\hat{U}_2}\right|=\frac{20}{2.3026}\cdot a_{Np}$$

Logaritemske enote za moč

$$P_{dBm}=10\cdot\log\frac{P}{1\,\mathrm{mW}}\qquad P_{dBW}=10\cdot\log\frac{P}{1\,\mathrm{W}}$$

$$1\,\mathrm{kW}=60\,\mathrm{dBm}=30\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mathrm{W}=30\,\mathrm{dBm}=0\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mathrm{mW}=0\,\mathrm{dBm}=-30\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mu\mathrm{W}=-30\,\mathrm{dBm}=-60\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mathrm{nW}=-60\,\mathrm{dBm}=-90\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mathrm{pW}=-90\,\mathrm{dBm}=-120\,\mathrm{dBW}$$

$$1\,\mathrm{fW}=-120\,\mathrm{dBm}=-150\,\mathrm{dBW}$$

Logaritemske merske enote

Nepri $[\mathrm{Np}]$ navajajo slabljenje a_{Np} oziroma ojačanje kot naravni logaritem razmerja amplitud napetosti (toka, polja, pritiska, hitrosti). Ker so pri izbrani (karakteristični) impedanci Z_K moči sorazmerne kvadratom pripadajočih amplitud, moramo pri izračunu a_{Np} razmerje moči koreniti oziroma razpoloviti rezultat naravnega logaritma.

Rešitve telegrafske enačbe in drugih nalog dajejo rezultat kot naravni logaritem razmerja amplitud, torej so Nepri tu naravna merska enota. Nepri postanejo nerodni za uporabo, ko imamo več različnih vrst vodov z različnimi karakterističnimi impedancami Z_K , saj so vezani na razmerja napetosti oziroma polja. Na primer, idealni brezizgubni transformator impedance lahko celo ima ojačanje ali pa slabljenje v zapisu z Nepri!

Decibeli $[\mathrm{dB}]$ navajajo slabljenje a_{dB} oziroma ojačanje kot desetkratnik desetiškega logaritma (delovne) moči. Pri izbrani (karakteristični) impedanci Z_K moramo za izračun decibelov razmerje amplitud najprej kvadrirati oziroma množiti desetiški logaritem razmerja amplitud z 20 . Decibeli uporabljajo vsem preprosto razumljiv desetiški logaritem, razmerje moči pri tem ni vezano na neko karakteristično impedanco Z_K niti na vrsto prenosnega voda oziroma valovanja.

Pri pretvorbi iz Neprov $[\mathrm{Np}]$ v decibele $[\mathrm{dB}]$ upoštevamo drugačno osnovo logaritma, pretvorbo razmerja amplitud v razmerje moči in dogovorjeni desetkratnik za decibele. Decibel je mišljen kot desetina (deci) merske enote Bell. Skupaj dobimo faktor $20/\ln 10 \approx 8.68588963807$. Obratno vrednost istega faktorja uporabljamo pri pretvorbi iz decibelov v Nepre.

Logaritemske merske enote pogosto uporabljamo tudi za moči, napetosti, tlake (zvoka) in druge fizikalne veličine, ki niso neimenovana razmerja. Ker logaritem deluje na neimenovano razmerje, si moramo izbrati neko referenčno moč, napetost, tlak itd, glede na katero zapišemo razmerje v decibelih. Pri tem je najpogosteje uporabljana merska enota $[\mathrm{dBm}]$ za električno moč v primerjavi z referenčno močjo $P_{REF} = 1\,\mathrm{mW}$.

Manj znana, a bolj smiselna enota za električno moč je $[\mathrm{dBW}]$, to je moč glede na referenco $P_{REF} = 1\,\mathrm{W}$. Merska enota $[\mathrm{dB}\,\mu\,\mathrm{V}]$ lahko pomeni napetost oziroma moč. Moč je mišljena v razmerju z referenčno močjo $P_{REF} \approx 1.333 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$, ki jo predstavlja napetost $U_{eff} = 1\,\mu\,\mathrm{V_{eff}}$ na karakteristični impedanci $Z_K = 75\,\Omega$.

Logaritemske merske enote niso uporabne za fazo! Fazo, bolj točno razliko faz, vedno navajamo v radianih v neposrednih rešitvah enačb oziroma v stopinjah v rezultatih meritev. Kazalčno veličino merilniki najpogosteje prikazujejo kot amplitudo v decibelih in hkrati pripadajočo fazo v stopinjah.

Povprečna moč $\langle P\rangle$ in efektivne merske enote, na primer $[\mathrm{V_{eff}}]$, so natančno definirani s toplotnim učinkom tudi takrat, ko signali niso harmonski oziroma veličine niso skalarji. Na primer, povprečna moč povsem naključnega šuma $\langle P_N\rangle$ naravnega toplotnega sevanja. Drug pogost primer, efektivna električna poljska jakost $E[\mathrm{V_{eff}/m}]$ (realni skalar!) poljubne vektorske funkcije $\vec{E}(t)$.

* * * * *