

24. Seminar Radijske Komunikacije

# Postopki računalniške simulacije anten s praktičnimi zgledi

Matjaž Vidmar

LSO, FE, Ljubljana, 5.–7.2.2020

# Seznam prosojnic: Postopki računalniške simulacije anten s praktičnimi zgledi

- 1 – Maxwellove enačbe v časovnem in frekvenčnem prostoru
- 2 – Odvodi skalarnih in vektorskih funkcij
- 3 – Neposredna rešitev Maxwellovih enačb
- 4 – Skalarni in vektorski potencial
- 5 – Zakasnjeni potenciali
- 6 – Preprosta antenska naloga
- 7 – Integralska enačba
- 8 – Momentni postopek MoM (Method of Moments)
- 9 – Neobremenjena in obremenjena tanka žica
- 10 – Tanka kovinska ploskev
- 11 – Tanka dielektrična plošča
- 12 – Kovinsko telo neničelne prostornine
- 13 – Končne razlike (elementi) v časovnem ali frekvenčnem prostoru
- 14 – Primerjava postopkov reševanja elektromagnetnih nalog

\*\*\*\*\*

## Časovni prostor

Ampère  $\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faraday  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Gauss  $\text{div } \vec{D} = \rho$

## Frekvenčni prostor $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$

Ampère  $\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E}$

Faraday  $\text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}$

Gauss  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$

## Preprosta snov

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

*Diferencialna  
oblika v  
elektrodinamiki!*

## Smerni odvod

$$\text{grad } T = \nabla T = \vec{1}_{q_1} \frac{1}{h_1} \frac{\partial T}{\partial q_1} + \vec{1}_{q_2} \frac{1}{h_2} \frac{\partial T}{\partial q_2} + \vec{1}_{q_3} \frac{1}{h_3} \frac{\partial T}{\partial q_3}$$

## Izvornost

$$\text{div } \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial (h_2 h_3 F_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial (h_1 h_3 F_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial (h_1 h_2 F_3)}{\partial q_3} \right]$$

## Vrtinčenje

$$\text{rot } \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{1}_{q_1} & h_2 \vec{1}_{q_2} & h_3 \vec{1}_{q_3} \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix}$$

Koordinate

$$q_1, q_2, q_3$$

Faktorji skale  
(Lamé)

$$h_1, h_2, h_3$$

*Antenska naloga: izvori  $\vec{J}, \rho \rightarrow$  polja  $\vec{E}, \vec{H}$*

*Gostota prevodniškega toka  $\vec{J}$  [A/m<sup>2</sup>]*

*Gostota elektrine  $\rho$  [As/m<sup>3</sup>]*

*Laplace  $\Delta \vec{F} = \text{grad}(\text{div} \vec{F}) - \text{rot}(\text{rot} \vec{F})$*

*Valovna enačba za  $\vec{E}$  [V/m]*

$$\Delta \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = j \omega \mu \vec{J} + \frac{1}{\epsilon} \text{grad} \rho$$

*Valovna enačba za  $\vec{H}$  [A/m]*

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = -\text{rot} \vec{J}$$

3 – Neposredna rešitev Maxwellovih enačb

*Uporabno v  
prostoru brez  
izvorov*

$$\vec{J} = 0 \quad \rho = 0$$

*oziroma v*

*izgubni snovi*

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

Skalarni potencial  $V[V]$

Vektorski potencial  $\vec{A}[Vs/m]$

Izračun polja:

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \text{grad } V$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}$$

Lorenzova izbira:  $\text{div } \vec{A} = -j\omega \mu \epsilon V$

$$\Delta \vec{A} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

$$\Delta V + \omega^2 \mu \epsilon V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

Valovno  
število

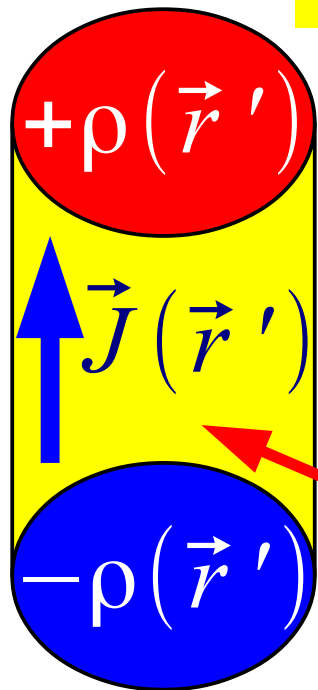
$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

Valovni  
enačbi za  
potenciala  
imata  
analitsko  
rešitev!

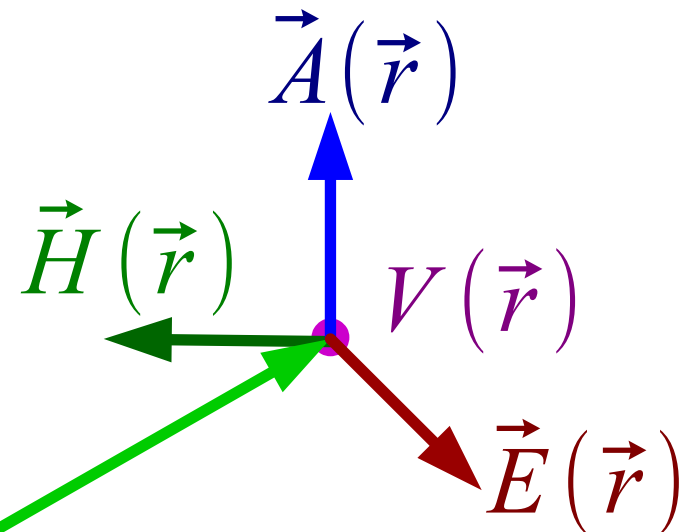
*Oddajnik* ( $\vec{r}'$ )

*Prazen prostor*  
 $J(\vec{r})=0$   $\rho(\vec{r})=0$

$$\text{div } \vec{J} + j \omega \rho = 0$$



$\vec{r}' \equiv \textit{koord.vira}$



$\vec{r} \equiv \textit{koord.polja}$

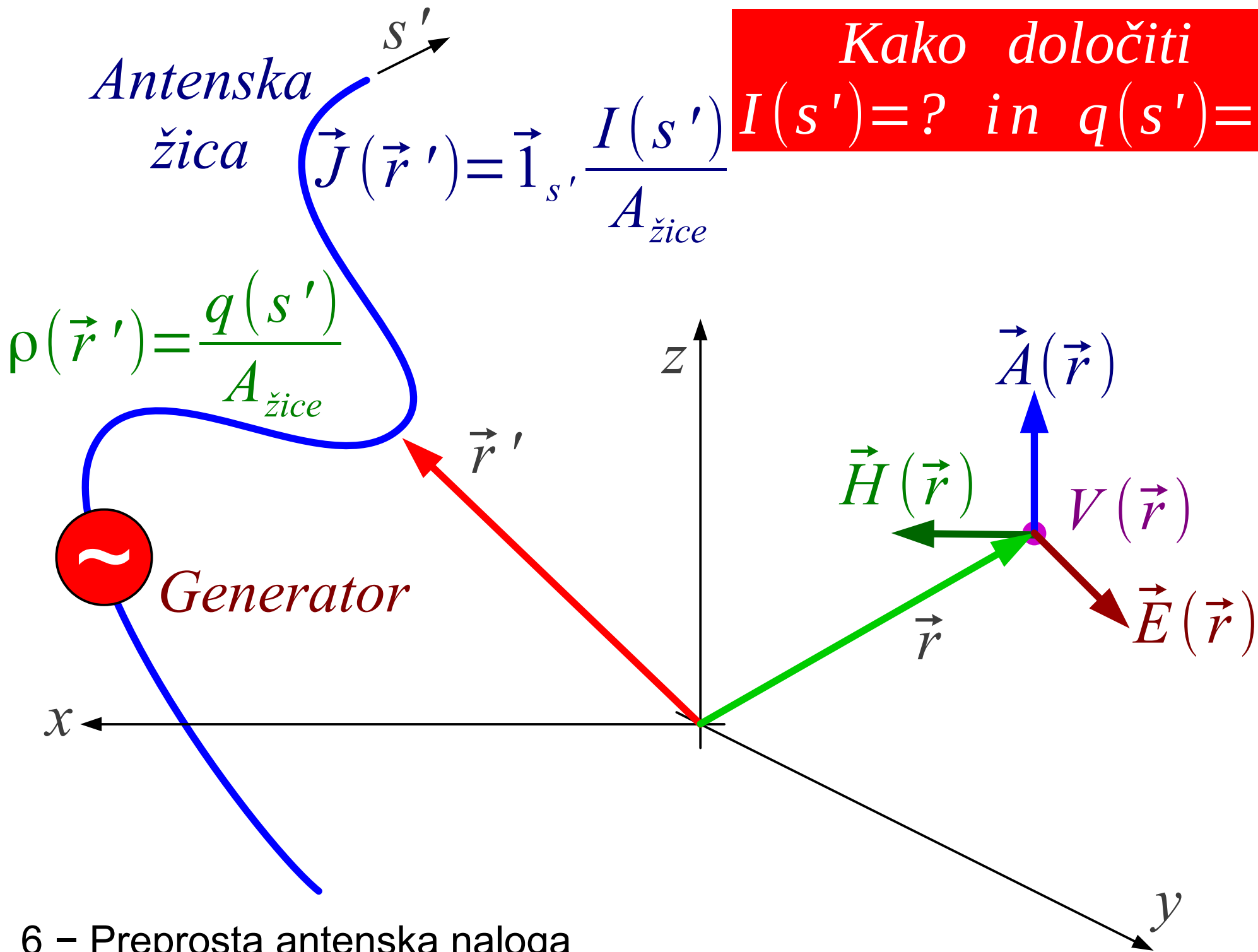
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_{V'} \rho(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$$k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$$

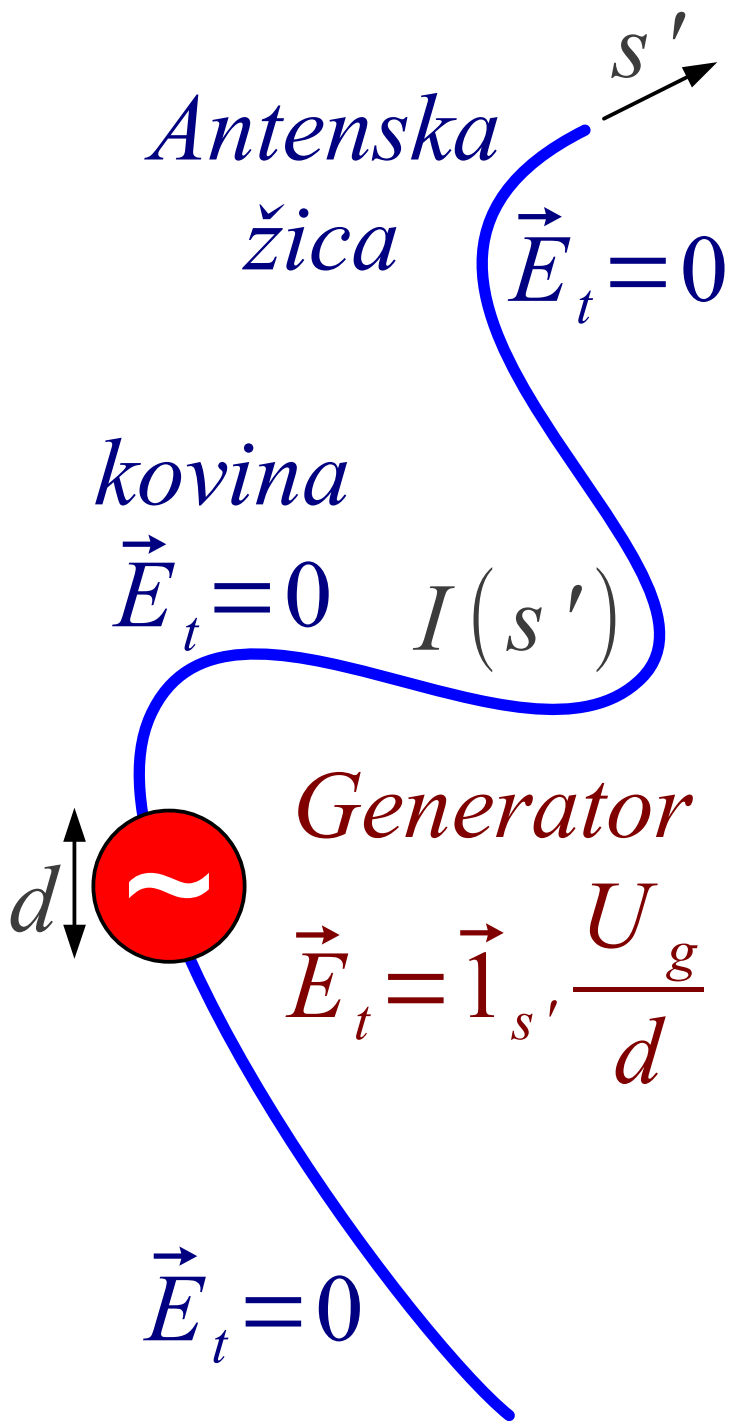
$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

5 - Zakasnjeni potenciali

*Kako določiti*  
 $I(s')=?$  in  $q(s')=?$







Lorenz:  $V = \frac{j}{\omega \mu \epsilon} \text{div } \vec{A}$

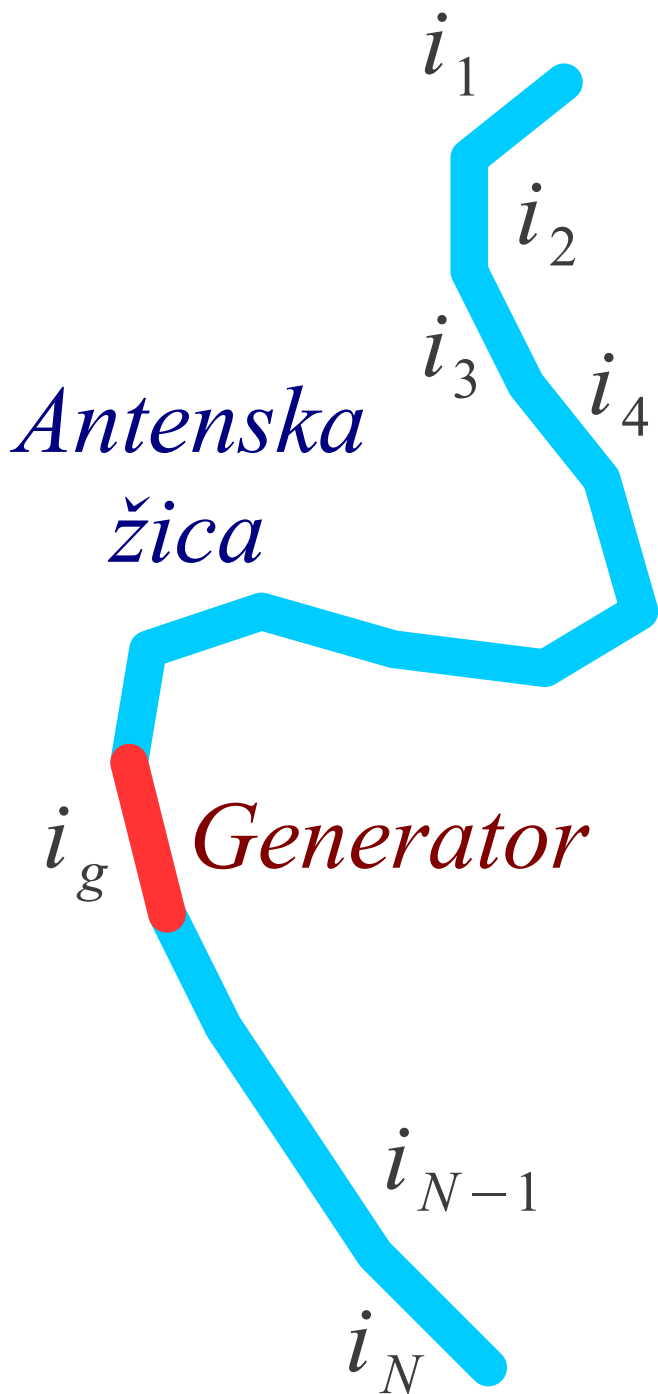
$$\vec{E} = -j \omega \vec{A} - \text{grad} \left[ \frac{j}{\omega \mu \epsilon} \text{div } \vec{A} \right]$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4 \pi} \int_{s'} \vec{1}_{s'} I(s') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} ds'$$

$\vec{E}_t(\vec{r})$  na žici  $\rightarrow I(s') = ?$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{-j \omega \mu}{4 \pi} \int_{s'} \vec{1}_{s'} I(s') \cdot$$

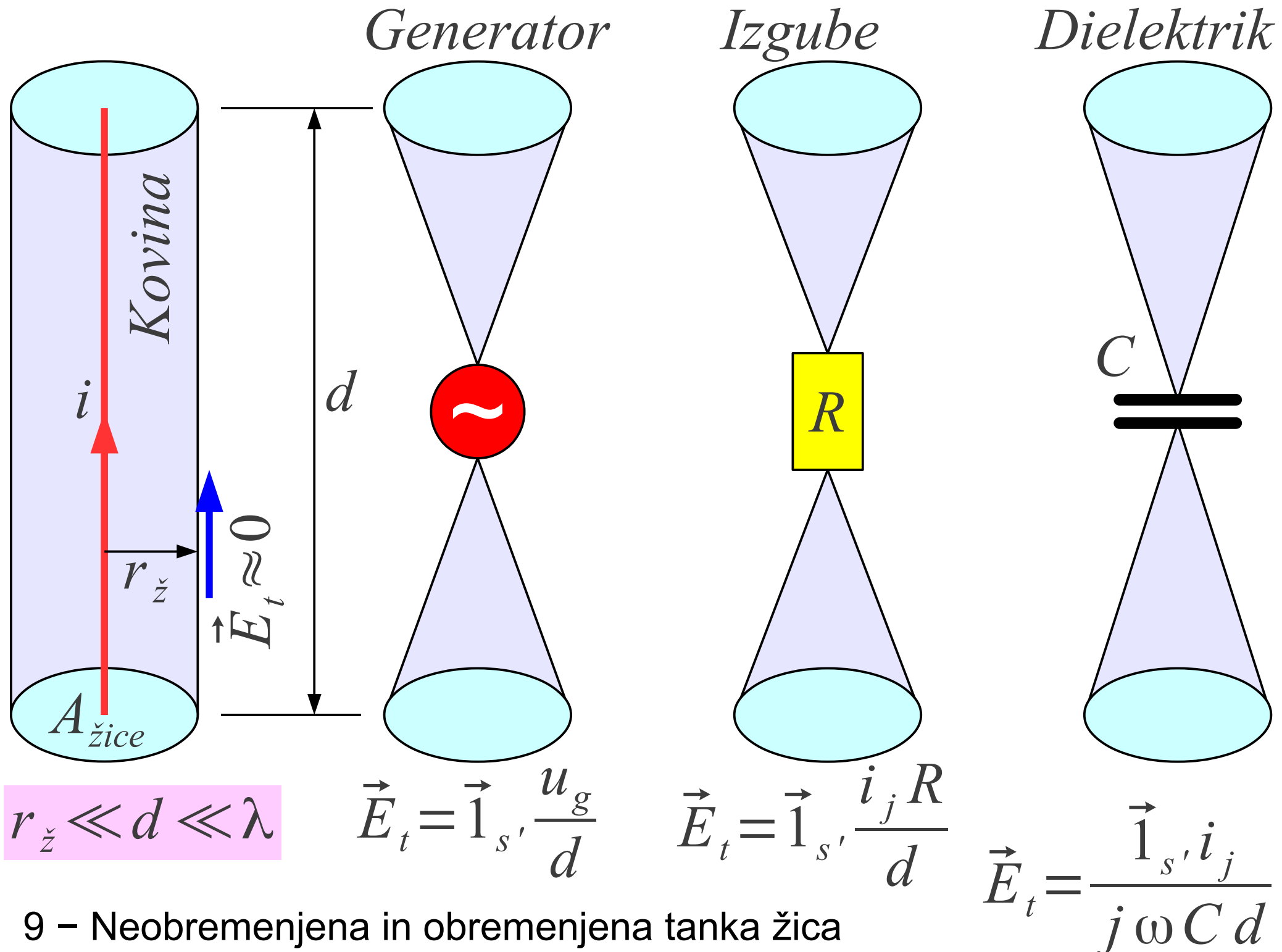
$$\cdot \left[ 1 + \frac{1}{k^2} \text{grad}_r (\text{div}_r) \right] \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} ds'$$



Številski približek  $I(s') \approx \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ i_N \end{bmatrix}$

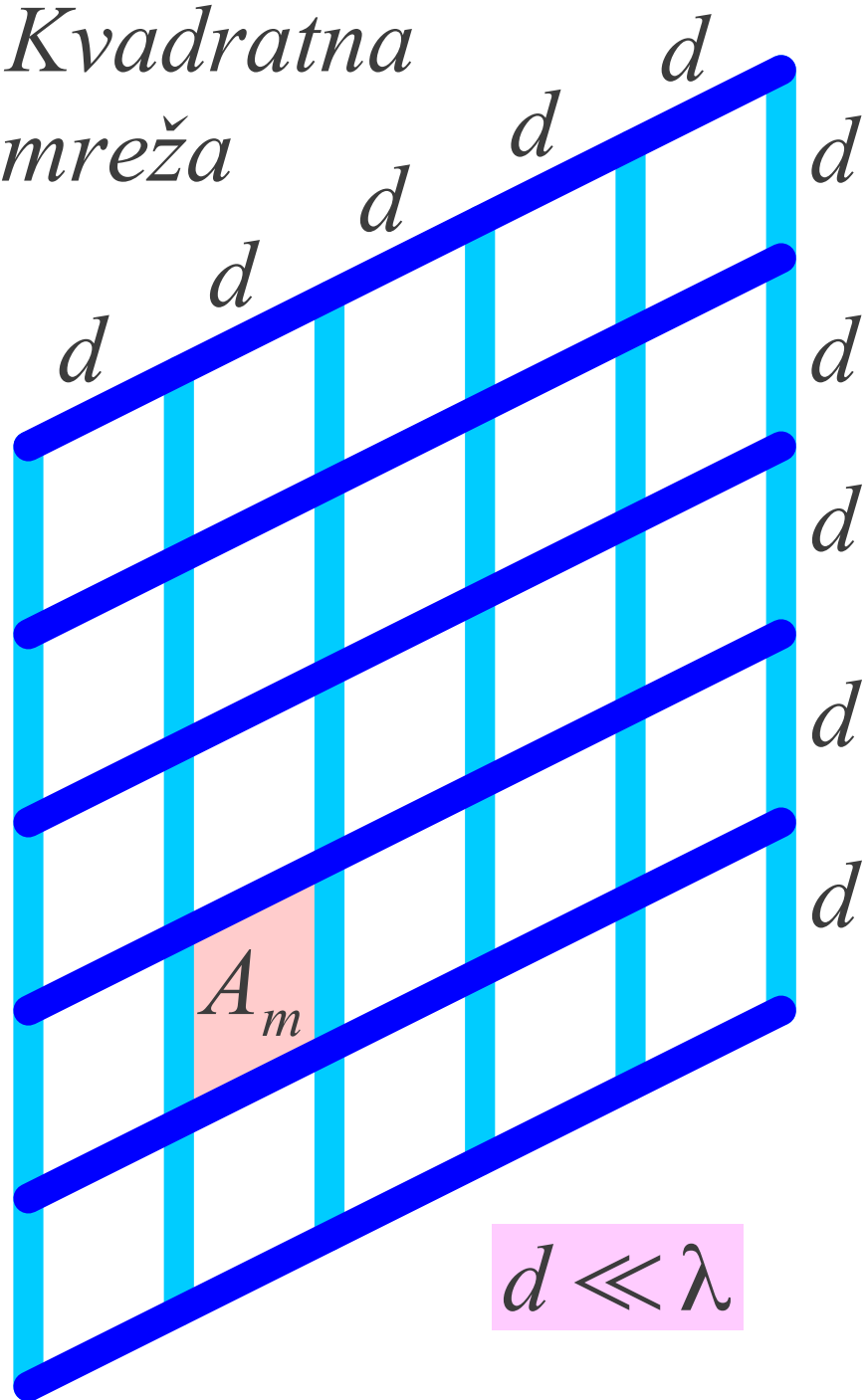
*Sistem linearnih enačb*

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdot & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdot & Z_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdot & Z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ u_g / d \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$



9 – Neobremenjena in obremenjena tanka žica

*Kvadratna mreža*



10 – Tanka kovinska ploskev

$$A_m = d^2$$

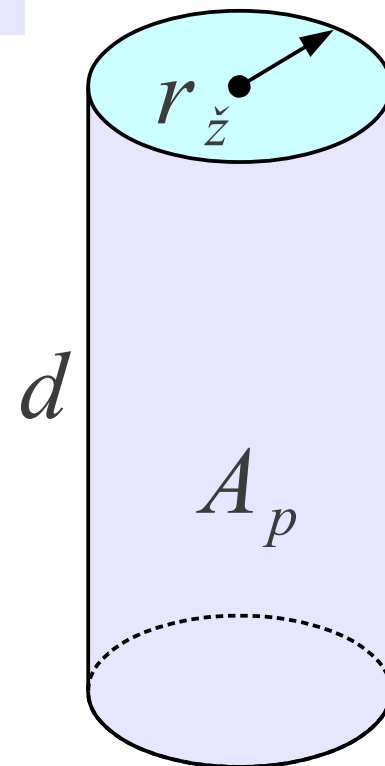
$$A_p = 2\pi r_{\check{z}} d$$

*Pravilo enakih površin*  
 $A_m \approx A_p$

$$d^2 \approx 2\pi r_{\check{z}} d$$

$$d \approx 2\pi r_{\check{z}}$$

*Odsek žične mreže*



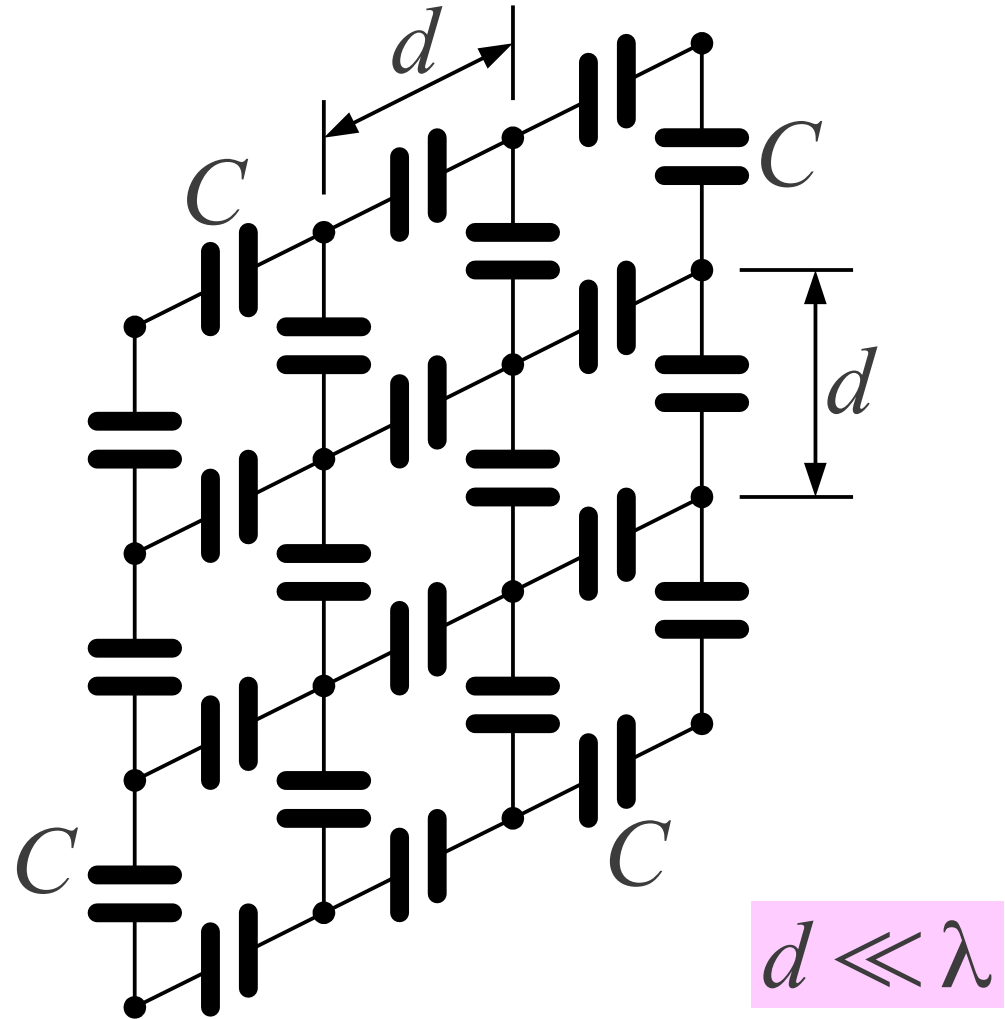
*Prazen prostor*

$$\epsilon = \epsilon_0$$



$$\delta \ll \lambda$$

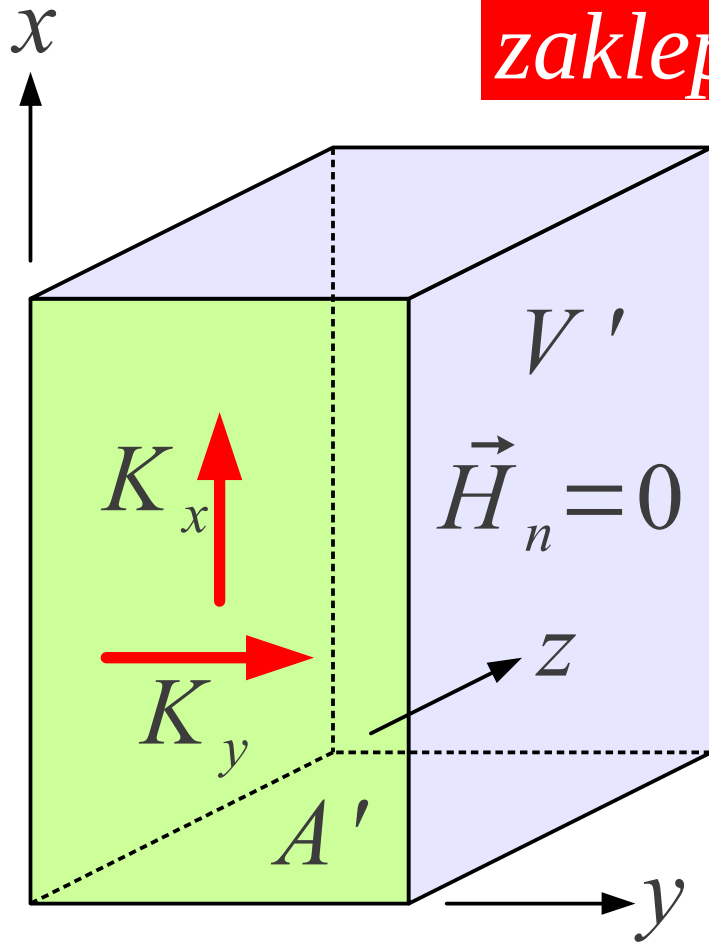
11 – Tanka dielektrična plošča



*Mreža kondenzatorjev*

$$C \approx \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \delta$$

*Pogoj: sklenjena ploskev  $A'$   
zaklepa neničelno prostornino  $V' \neq 0$*



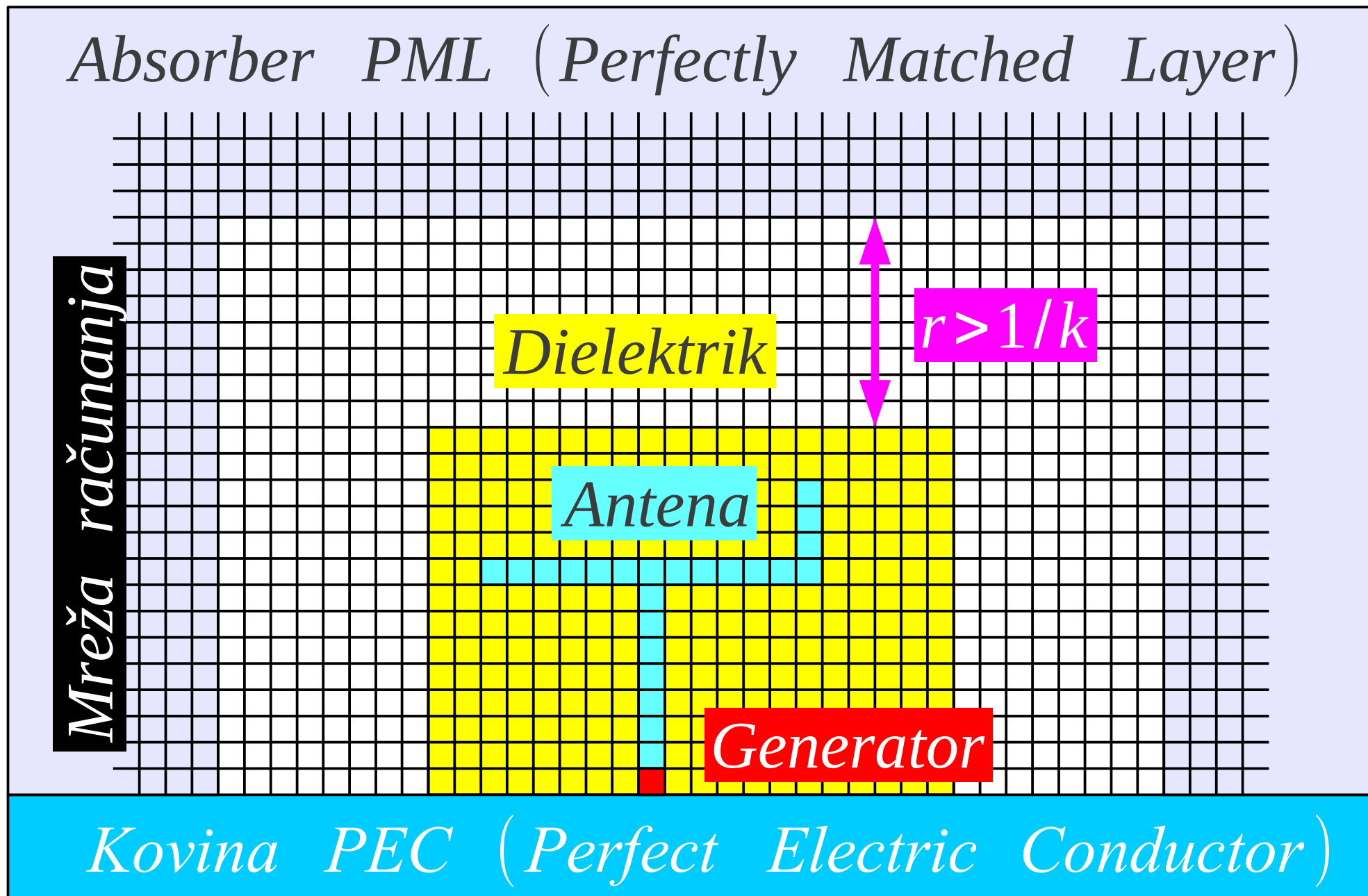
$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{A'} \vec{K}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dA'$$

*Integralska enačba za  $\vec{H}_{nt}$   
 $H_{nx} = 0, H_{ny} = 0 \rightarrow K_x = ?, K_y = ?$*

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi} \int_{A'} \vec{K}(\vec{r}') \times \text{grad}_r \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dA'$$

# Neposredno številsko reševanje Maxwellovih DE



	Čas računanja	Velikost pomnilnika	Število neznank <b>N</b>	Velikost EM naloge
Momentni postopek MoM	$\alpha \cdot N^3$	$\alpha \cdot N^2$	$\sim 1000$ $> 30$	Neskončna (večinoma prazen prostor)
Končne razlike (elementi)	$\alpha \cdot N^2$	$\alpha \cdot N$	$\sim 10^6$ $> 3 \cdot 10^4$	Končna (poljubna kombinacija snovi)







