

1. Izračunajte hitrost satelita $v=?$ in višino geostacionarne tirnice $h=?$ nad površino Zemlje! ($e=0$, $T=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$). Kolikšno spremembo hitrosti $\Delta v=?$ morajo zagotoviti raketni motorji na krovu satelita, da popravijo naklon tirnice za $\Delta i=1\text{stopinj}$ o?

$$a = \sqrt{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt{3.986 \cdot 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \cdot 60 \text{s}}{2\pi}\right)^2} = 42163 \text{km} \quad ; \quad h = a - R_z = 35785 \text{km}$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3.986 \cdot 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2}{42163 \cdot 10^3 \text{m}}} = 3075 \text{m/s} \quad \Delta v = v \cdot 2 \sin \frac{\Delta i}{2} \approx v \cdot \Delta i = 53.4 \text{m/s}$$


2. Izračunajte slabljenje radijske zveze v dB na frekvenci $f=4\text{GHz}$. Oddajnik moči $P_0=10\text{W}$ na krovu satelita razpolaga z anteno premera $d_0=1\text{m}$. Sprejemnik na Zemlji ima anteno premera $d_s=3\text{m}$. Izkoristek osvetlitve zrcal je za obe anteni enak $\eta_a=70\%$, razdalja med obema antenama pa znaša $r=40000\text{km}$. Kolikšna je moč signala $P_s=?$ na vhodnih sponkah sprejemnika?

$$P_s = \frac{P_0 G_0 \eta_s A_s}{4\pi r^2} = \frac{P_0 \eta_0 A_0 \eta_s A_s}{\lambda^2 r^2} = \frac{10 \text{W} \cdot 0.7 \cdot 0.785 \text{m}^2 \cdot 0.7 \cdot 7.069 \text{m}^2}{(4 \cdot 10^7 \text{m})^2 \cdot (0.075 \text{m})^2} = 3.02 \cdot 10^{-12} \text{W}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 7.5 \text{cm}; \quad A_0 = \pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 = 0.785 \text{m}^2; \quad A_s = \pi \left(\frac{d_s}{2}\right)^2 = 7.069 \text{m}^2 \quad \alpha = 10 \log \frac{P_s}{P_0} = -125.2 \text{dB}$$

3. Izračunajte goriščno razdaljo $f=?$ ter kot sevanja žarilca $\alpha=?$ za rotacijsko-simetrično parabolično zrcalo premera $d=1.2\text{m}$ in globine $h=15\text{cm}$! Za koliko dB upade jakost sevanja žarilca na robu zrcala glede na središče zaradi povečane razdalje med žarilcem in površino zrcala?

$$f = \frac{d^2}{16h} = \frac{(1.2 \text{m})^2}{16 \cdot 0.15 \text{m}} = 0.6 \text{m} \quad \alpha = \arcsin \frac{d/2}{r} = \arcsin \frac{0.6 \text{m}}{0.75 \text{m}} = 0.927 \text{rd} = 53.13^\circ$$



$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (f-h)^2} = \sqrt{(0.6 \text{m})^2 + (0.15 \text{m})^2} = 0.75 \text{m} \quad \alpha = 20 \log \frac{f}{r} = 20 \log \frac{0.6 \text{m}}{0.75 \text{m}} = -1.94 \text{dB}$$

4. Izračunajte razmerje G/T celotne sprejemne verige, ki razpolaga z anteno s šumno temperaturo $T_a=50\text{K}$ in dobitkom $G=30\text{dB}$! Na samo anteno je vgrajen ojačevalnik s šumnim številom $F_0=1\text{dB}$ in ojačenjem $A=20\text{dB}$. Ojačevalnik krmili sprejemnik s šumnim številom $F=7\text{dB}$. ($T_0=290\text{K}$)

$$T = T_a + T_1 + \frac{T_2}{A} = 50 \text{K} + 75 \text{K} + \frac{1163 \text{K}}{100} = 136.7 \text{K} \quad G/T = \frac{1000}{136.7 \text{K}} = 7.31 / \text{K}$$

$$T_1 = T_0 \left(10^{\frac{F_0}{10}} - 1\right) = 290 \text{K} \cdot \left(10^{\frac{1}{10}} - 1\right) = 75 \text{K}; \quad T_2 = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1\right) = 1163 \text{K}; \quad A=20\text{dB}=100; \quad G=30\text{dB}=1000$$

5. Kolikšna je teoretska najnižja moč signala $P_s=?$ na vhodnih sponkah sprejemnika za prenos $C=10\text{Mbit/s}$, če pasovna širina signala B ni omejena? Glavni izvor motenj je toplotni šum: skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=200\text{K}$.

($k_b=1.38E-23\text{J/K}$) Kolikšna je najnižja moč signala $P_s'=?$ v slučaju uporabe dvofazne simetrične PSK modulacije, če zahtevamo pogostnost napak $\text{BER}<1E-6$?

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_s}{k_b T \ln 2}; \quad P_s = C k_b T \ln 2 = 10^7 \text{s}^{-1} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{J/K} \cdot 200 \text{K} \cdot 0.693 = 1.91 \cdot 10^{-14} \text{W}$$

Grafiz predavanja

$$\left. \begin{array}{l} \text{BPSK} \\ \text{BER} = 10^{-6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W_s}{k_b T} \approx 10.53 \text{dB}; \quad P_s' = C W_s = C k_b T \cdot 10^{\frac{10.53}{10}} = 10^7 \text{s}^{-1} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{J/K} \cdot 200 \text{K} \cdot 11.3 = 3.12 \cdot 10^{-13} \text{W}$$

1. Izračunajte periodo T tirnice umetnega Zemljinega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500\text{km}$ nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500\text{km}$ nad zemeljsko površino! Kolikšna je hitrost satelita v apogeju? ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$r_a = h_a + R_z = 7878\text{km} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000\text{m})^3}{3.986 \cdot 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2}} = 6307\text{s} = 105\text{min } 7\text{s}$$

$$r_p = h_p + R_z = 6878\text{km}$$

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} = 7378\text{km}$$

$$v = -\frac{\mu}{2a} = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{\mu}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = 6.87\text{km/s}$$

2. Določite moč oddajnika P_o na krovu satelita, ki leti v krožnici na višini $h=800\text{km}$! Satelit oddaja na frekvenci $f=400\text{MHz}$, zemeljski sprejemnik zahteva signal vsaj $U=0.2\mu\text{Veff}$ na vhodnem priključku ($R=50\Omega$), sprejemna in oddajna antena pa nista usmerjeni ($G_o=G_s=1$). Moč oddajnika določite v obeh slučajih: ko je satelit točno nad sprejemnikom in ko je satelit na obzorju sprejemnika! ($R_z=6378\text{km}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$r_1 = h = 800\text{km}; \quad r_2 = \sqrt{(R_z+h)^2 - R_z^2} = 3293\text{km}$$

$$P_{o1} = 8 \cdot 10^{-16} \text{W} \cdot \left(\frac{4\pi \cdot 800000\text{m}}{0.75\text{m}} \right)^2 = 0.144\text{W}$$

$$P_s = \frac{U^2}{R} = \frac{(0.2 \cdot 10^{-6}\text{V})^2}{50\Omega} = 8 \cdot 10^{-16}\text{W}$$

$$P_o = \frac{P_s}{G_o G_s} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 \quad P_{o2} = 8 \cdot 10^{-16}\text{W} \left(\frac{4\pi \cdot 3293000\text{m}}{0.75\text{m}} \right)^2 = 2.436\text{W}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.75\text{m}$$

3. Izračunajte dobitek G (dB) zrcalne sprejemne antene premera $2r=60\text{cm}$, če znaša izkoristek osvetlitve zrcala $\eta_a=70\%$ na frekvenci $f=12\text{GHz}$! Kolikšen je dobitek istega zrcala na frekvenci $f'=4\text{GHz}$, če na tej frekvenci izkoristek osvetlitve upade na $\eta_a'=60\%$?

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} A \right) = 10 \log \left(\eta \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi r^2 \right) \quad G_{dB} = 10 \log \left[0.7 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0.6\text{m} \cdot 12 \cdot 10^9 \text{s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{m/s}} \right)^2 \right] = 36\text{dBi}$$

$$G'_{dB} = 10 \log \left[\eta' \left(\frac{2\pi r f'}{c} \right)^2 \right] \quad G'_{dB} = 10 \log \left[0.6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0.6 \cdot 4 \cdot 10^9 \text{s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{m/s}} \right)^2 \right] = 25.8\text{dBi}$$

4. Določite šumno število ojačevalnika F_o (v dB), ki ga priključimo na vhodne spomke sprejemnika s šumnim številom $F_s=12\text{dB}$. Ojačenje ojačevalnika znaša $G_o=22\text{dB}$, šumno število celotne verige pa naj ne bo večje od $F_{max}=2\text{dB}$! Pri izračunu upoštevajte tudi slabljenje $a=3\text{dB}$ v vodu, ki povezuje ojačevalnik do sprejemnika!

$$F_{max} = 2\text{dB} = 1.585 \quad F_{max} = F_o + \frac{(F_s a) - 1}{G_o} \rightarrow F_o = F_{max} - \frac{(F_s a) - 1}{G_o} = 1.585 - \frac{31.7 - 1}{22} = 1.391$$

$$F_s = 12\text{dB} = 15.85$$

$$G_o = 22\text{dB} = 158.5$$

$$a = 3\text{dB} = 2$$

$$F_o(\text{dB}) = 10 \log F_o = 1.43\text{dB}$$

5. Izračunajte zmogljivost C (v bit/s) zveze satelit >>> Zemlja, če znaša razmerje celotne sprejemne verige $G/T=100/\text{K}$ na frekvenci $f=10\text{GHz}$! Oddajna antena na krovu satelita ima dobitek $G_o=20\text{dBi}$ in se nahaja na razdalji $d=40000\text{km}$ od sprejemnika. Oddajnik ima presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=+50\text{dBm}$ ter ga krmilimo tako, da so intermodulacijski produkti oslabljeni za vsaj $a=60\text{dB}$. Pasovna širina B ni omejena. ($k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$)

$$\log P_{imp} = 3 \log P_o - 2 \log P_{ip3} = \log P_o - \log a \quad P_o = 100\text{mW} \quad P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad C = \frac{P_s}{k_b T \ln 2}$$

$$\log P_o = \log P_{ip3} - \frac{\log a}{2} = +50\text{dBm} - \frac{60\text{dB}}{2} = +20\text{dBm}$$

$$C = \frac{P_o G_o}{k_b \ln 2} \left(\frac{G_s}{T} \right) \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

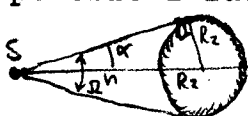
$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.03\text{m} \quad G_o = 20\text{dBi} = 100 \quad C = \frac{0.1\text{W} \cdot 100}{1.38 \cdot 10^{-23} \text{W/K} \ln 2} \cdot \frac{100}{\text{K}} \left(\frac{0.03\text{m}}{4\pi \cdot 40000\text{m}} \right)^2 = 372\text{kbit/s}$$

1. Raketa pripelje komunikacijski satelit v prenosno tirnico s perigejem tik nad zemeljskim ozračjem ($h_p=200\text{km}$, $R_z=6378\text{km}$) in apogejem, ki se dotika geostacionarne tirnice ($h_a=35800\text{km}$). Določite spremembo hitrosti $\Delta v=?$, ki jo mora zagotoviti motor na krovu satelita za prenos v dokončno geostacionarno tirnico, če popravek naklona ni potreben! ($u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$a = \frac{h_p h_a + 2R_z}{2} = \underline{24378\text{km}} \quad v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h_p + R_z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{1597\text{m/s}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{h_a + R_z}} = \underline{3074\text{m/s}} \quad \Delta v = v_2 - v_1 = \underline{1477\text{m/s}}$$

2. Določite največjo možno smernost antene $D=?$, ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($h=35800\text{km}$ nad površino Zemlje, $R_z=6378\text{km}$), da z njo enakomerno osvetlimo celotno vidno poloblo z radijskim signalom na frekvenci $f=4\text{GHz}$!



$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha) = 2\pi (1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{h^2 + 2hR_z}}{h + R_z} \right)$$

$$\alpha = \arcsin \frac{R_z}{h + R_z} \quad D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{h^2 + 2hR_z}}{h + R_z}} = \underline{173.9} = \underline{22.4\text{dBi}}$$

3. Izračunajte zmogljivost $C=?$ (v bitih na sekundo) radijske zveze med oddajnikom na plovilu v tirnici proti Marsu in zemeljsko sprejemno postajo! Oddajnik ima moč $P=30\text{W}$ in anteno premera $2r_o=1\text{m}$, sprejemna postaja ima anteno premera $2r_s=60\text{m}$ in skupno šumno temperaturo $T=30\text{K}$. Razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $d=200.\text{E}+6\text{km}$, valovna dolžina $\lambda=4\text{cm}$, izkoristek osvetlitve obeh anten je enak $\eta_a=0.7$.

($k_B=1.38\text{E}-23\text{J/K}$)

$$A_o = \pi r_o^2 = \underline{0.785\text{m}^2} \quad A_s = \pi r_s^2 = \underline{2827\text{m}^2} \quad P_s = P_o \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{d^2 \lambda^2} = \underline{5.1 \cdot 10^{-16}\text{W}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{k_B T} \right) \Big|_{B \rightarrow \infty} = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \frac{5.1 \cdot 10^{-16}\text{W}}{1.38 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot 30\text{K} \cdot \ln 2} = \underline{1.78\text{Mbit/s}}$$

4. Izračunajte šumno temperaturo antene $T_a=?$ GPS sprejemnika, ki ima smerni diagram $F(\theta, \phi) = 1 + \cos(\theta)$ in je obrnjena v nebo s temperaturo $T_n=10\text{K}$, spodnji del smernega diagrama pa vidi Zemljo s $T_z=290\text{K}$! Anteno smatramo za brezizgubno (izkoristek $\eta_a=1$).

$$T_A = \frac{\int_{4\pi} T(\theta, \phi) |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega} = \frac{T_n \int_0^{\pi/2} (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta + T_z \int_{\pi/2}^{\pi} (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi} (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta} = \frac{T_n \cdot \frac{7}{3} + T_z \cdot \frac{1}{3}}{9/3}$$

$$\int (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta = \int (1 + 2u + u^2) du = -u - u^2 - \frac{u^3}{3} \quad T_A = \frac{7T_n + T_z}{8} = \frac{7 \cdot 10\text{K} + 290\text{K}}{8} = \underline{45\text{K}}$$

5. Televizijski oddajnik ima izhodni ojačevalnik s presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=+50\text{dBm}$. Izračunajte frekvence in moči vseh intermodulacijskih produktov, če znaša moč slikovnega nosilca $P_s=3\text{W}$ na frekvenci $f_s=623.25\text{MHz}$ in moč tonskega nosilca $P_t=0.3\text{W}$ na frekvenci $f_t=628.75\text{MHz}$!

$$P_{ip3} = 50\text{dBm} = 100\text{W} \quad f_A = 2f_s - f_t = \underline{614.75\text{MHz}} \quad P_A = \frac{P_s^2 P_t}{P_{ip3}^2} = \underline{0.27\text{mW}} = \underline{-5.4\text{dBm}}$$

$$f_B = 2f_t - f_s = \underline{634.25\text{MHz}} \quad P_B = \frac{P_t^2 P_s}{P_{ip3}^2} = \underline{0.027\text{mW}} = \underline{-15.7\text{dBm}}$$

1. Koliko časa $t=?$ poteče od izstrelitve satelita na Zemlji do vtirjenja v geostacionarno tirnico? Pri izračunu upoštevamo, da je čas delovanja raketnih motorjev zelo kratek in opravimo prevoz satelita z dvema (skoraj) diskretnima sunkoma sile ter zaradi varčevanja z raketnim gorivom satelit izstrelimo iz ekvatorja. ($T_z=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a_g = \sqrt{\left(\frac{T_z}{2\pi}\right)^2 \mu} = 42163\text{km}$$

$$a_p = \frac{a_g + R_z}{2} = 24240\text{km}; T_p = 2\pi \sqrt{\frac{a_p^3}{\mu}} = 37629\text{s}; \Delta t = \frac{1}{2} T_p = 18815\text{s} = 5\text{h}13'35''$$

2. Izračunajte smernost $D=?$ antene na krovu geostacionarnega satelita na višini $h=36000\text{km}$ nad površino Zemlje, če ima antena snop eliptičnega prereza, ki osvetljuje zemljepisno področje širine $w=200\text{km}$ in dolžine $l=300\text{km}$! Snop antene je idealen: željeno področje je enakomerno osvetljeno, zunaj njega pa antena ne sveti.

$$D = \frac{A}{h^2}; A = \frac{4\pi}{D} = \frac{4\pi h^2}{A} = \frac{4\pi h^2}{\pi ab} = \frac{16 \cdot h^2}{l \cdot w} = \frac{16 \cdot 36000^2 \text{km}^2}{300\text{km} \cdot 200\text{km}} = 345600 = 55.4\text{dBi}$$

$$A = \pi ab; a = \frac{l}{2}; b = \frac{w}{2}$$

3. Zaradi dvakratnega izkoriščanja razpoložljivega frekvenčnega pasu oddaja satelit dva različna signala z idealno desno oziroma levo krožno polarizacijo. Izračunajte razmerje signal/motnja (v decibelih), če krožno polarizirano sprejemno anteno sestavimo iz dveh linearno-polariziranih anten, ki sta zasukani za 90stopinj ter napajani s faznim zamikom 90stopinj, zaradi neidealnosti napajalnega vezja pa dobi ena antena le 95% toka druge antene!

$$R = \frac{1}{0.95} = 1.053; |Q| = \frac{|E_L|}{|E_D|} = \frac{R-1}{R+1} = \frac{1.053-1}{1.053+1} = 0.0256$$

$$R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|}; \left(\frac{P_s}{P_m}\right)_{\text{dB}} = -20 \log |Q| = -20 \log 0.0256 = 31.8\text{dB}$$

4. Pri gradnji občutljivega sprejemnika moramo poleg šuma vhodne stopnje upoštevati tudi prispevek naslednjih stopenj. Kolikšno šumno temperaturo $T_s=?$ in kolikšno šumno število $F_s=?$ celotnega sprejemnika lahko dosežemo s tranzistorji, ki na dani frekvenci omogočajo ojačenje $G=9\text{dB}$ pri šumnem številu $F=3\text{dB}$ posamezne ojačevalne stopnje? Temperatura okolice je $T_o=293\text{K}$.

$$T = T_o \cdot \left(10^{\frac{F}{10}} - 1\right) = 293\text{K}; T_s = T + \frac{T}{G} + \frac{T}{G^2} + \frac{T}{G^3} + \frac{T}{G^4} + \dots = \frac{T}{1 - \frac{1}{G}}$$

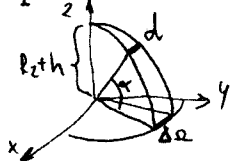
$$G = 9\text{dB} = 8; T_s = \frac{293\text{K}}{1 - \frac{1}{8}} = 334.8\text{K}; F_s = 10 \log \left(\frac{T_s}{T_o} + 1\right) = 3.31\text{dB}$$

5. Izračunajte zmogljivost $C=?$ radijske zveze iz plovila na Marsu, ki razpolaga z oddajnikom moči $P_o=10\text{W}$ in anteno premera $2r_o=1\text{m}$, do zemeljske sprejemne postaje z anteno premera $2r_s=60\text{m}$ in skupno šumno temperaturo $T=50\text{K}$! Izkoristek osvetlitve obeh anten znaša $\eta_a=70\%$ na delovni frekvenci $f=8\text{GHz}$, razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $200E+6\text{km}$.

$$(k_b=1.38E-23\text{J/K}) \lambda = \frac{c}{f} = 3.75\text{cm}; C = \frac{P_s}{\ln 2 k_b T} = 405\text{kbit/s}$$

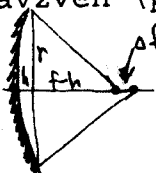
$$P_s = P_o \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{\lambda^2 d^2} = 10\text{W} \frac{\pi \cdot 0.5^2 \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 0.7 \cdot 0.7}{(3.75 \cdot 10^5)^2 (200 \cdot 10^6)^2} = 1.93 \cdot 10^{-16}\text{W}$$

1. Satelit leti v skoraj krožni tirnici z naklonom $i=90$ stopinj na višini $h=800$ km nad zemeljsko površino. Izračunajte odstopanje resničnega položaja satelita na nebu od izračunanega $d=?$ (v kilometrih), ko satelit leti nad opazovalcem na zemljski širini $\alpha=46$ stopinj, ker smo se pri pretipkavanju Keplerjevih elementov tirnice v računalnik zatipkali pri rektascenziji dvižnega vozla in vstavili za $\Delta\Omega=1$ stopnja preveliko število! ($R_z=6378$ km, $u=3.986E+14$ m³/s²)



$$d = (R_z + h) 2 \sin\left(\frac{\Delta\Omega \cos\alpha}{2}\right) = (6378 \text{ km} + 800 \text{ km}) 2 \sin\left(\frac{1^\circ \cos 46^\circ}{2}\right) = \underline{\underline{87 \text{ km}}}$$

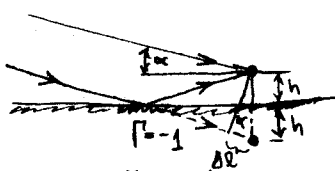
2. Parabolično zrcalo premera $2r=2$ m in globine $h=25$ cm uporabljamo na frekvenci $f=4$ GHz. Izračunajte fazno napako $\Delta\varphi=?$ v stopinjah na robu zrcala, če vzamemo referenco za fazo v temenu zrcala in izmakemo žarilec iz gorišča navzven (proč od zrcala) za $\Delta l=1$ cm! ($c=3E+8$ m/s)



$$f = \frac{(2r)^2}{16h} = 1 \text{ m} \quad \Delta l = \sqrt{(f-h+\Delta l)^2 + r^2} - \sqrt{(f-h)^2 + r^2} - \Delta l = -0.003975 \text{ m} = 3.975 \text{ mm}$$

$$\Delta\varphi = k\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \frac{2\pi f_0 \Delta l}{c} = -0.333 \text{ rad} = -19.08^\circ$$

3. Pri sprejemu satelita nas moti odboj valovanja od tal, kjer se pri nizkih vpadnih kotih valovanje vedno odbije v protifazi. Izračunajte elevacijo satelita na nebu (kot med obzorjem in smerjo proti satelitu), ko doseže signal na frekvenci $f=400$ MHz prvi maksimum, če smo postavili neusmerjeno sprejemno anteno na $h=5$ m nad tlemi! ($c=3E+8$ m/s)



$$\Delta l = 2h \sin\alpha = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{c}{4hf} = \arcsin \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \cdot 5 \text{ m} \cdot 4 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}} = \underline{\underline{2.15^\circ}}$$

4. Izračunajte potrebno moč oddajnika na krovu televizijskega satelita $P_0=?$ na frekvenci $f=12$ GHz, ki razpolaga z anteno z dobitkom $G_0=40$ dB! Sprejemnik se nahaja na Zemlji na razdalji $d=38000$ km in razpolaga z anteno premera $2r=1$ m, $\eta=70\%$ in šumno temperaturo $T_a=30$ K. Šumno število sprejemnika $F=1$ dB. Za dober sprejem zahtevamo razmerje signal/šum $S/N=15$ dB v pasovni širini $B=30$ MHz. ($k_B=1.38E-23$ J/K, $T_0=293$ K, $c=3E+8$ m/s)

$$T_s = T_0 (10^{F/10} - 1) = 75.9 \text{ K}; P_N = B k_B (T_a + T_s) = 4.38 \cdot 10^{-14} \text{ W}; P_s = P_N \cdot S/N = 4.38 \cdot 10^{-14} \text{ W} \cdot 10^{1.5} = 1.39 \cdot 10^{-12} \text{ W}$$

$$P_0 = \frac{P_s}{A \eta} \frac{4\pi d^2}{G_0} = \frac{1.39 \cdot 10^{-12} \text{ W}}{\pi \cdot 0.5^2 \cdot 0.7} \frac{4\pi (3.8 \cdot 10^7 \text{ m})^2}{10^4} = \underline{\underline{4.57 \text{ W}}}$$

5. Radijski sprejemnik sliši tri enako močne signale $P=-60$ dBm na frekvencah $f_1=90$ MHz, $f_2=95$ MHz in $f_3=100$ MHz. Določite zahtevano presečno točko sprejemnika $P_{IP3}=?$, da na frekvenci f_3 dosežemo razmerje signal/motnja vsaj $S/I=45$ dB! Pri računu predpostavljamo, da je edini izvor motenj intermodulacijsko popačenje tretjega reda, šum in ostale motnje zanemarimo.

$$P_{IP3 \text{ dBm}} = 3 P_{dBm} - 2 P_{IP3 \text{ dBm}} = P_{dBm} - (S/I)_{dB} \rightarrow P_{IP3 \text{ dBm}} = P_{dBm} + \frac{1}{2} (S/I)_{dB} = -60 \text{ dBm} + \frac{1}{2} \cdot 45 \text{ dB} = \underline{\underline{-37.5 \text{ dBm}}}$$


1. Satelit se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200\text{km}$ in višino apogeja $h_a=36000\text{km}$ nad zemeljsko površino. Izračunajte najmanjšo potrebno spremembo hitrosti $\Delta v=?$, da satelit ubeži težnostnemu polju Zemlje! Kje moramo vključiti raketni motor in kam mora biti usmerjena šoba?

($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$) $r_p=h_p+R_z$

Motor vključimo v perigeju, pospešek v smeri gibanja

$$a_1 = \frac{1}{2}(h_a+h_p+2R_z) = 24478\text{km} \quad v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a_1} \right)} = 10243\text{m/s}$$

$$a_2 = \infty \quad v_2 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a_2} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_p}} = 11009\text{m/s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 766\text{m/s}$$


2. Izračunajte šumno temperaturo antene GPS sprejemnika $T_a=?$, ki ima amplitudni smerni diagram $F(\theta, \phi) = 1 + \cos(\theta)$! Anteno usmerimo v nebo s šumno temperaturo $T_n=4\text{K}$, neželjen snop navzdol pa vidi Zemljo s šumno temperaturo $T_z=300\text{K}$. Sama antena je brezizgubna in ne vnaša dodatnega šuma.

$$T = \frac{\int_{4\pi} T(\theta, \phi) |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega} = \frac{\int_0^\pi T(\theta) (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta}{\int_0^\pi (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta} = \frac{\int_{-1}^1 T_z (1+u)^2 du + \int_0^1 T_n (1+u)^2 du}{\int_{-1}^1 (1+u)^2 du} = \frac{T_z \cdot \frac{4}{3} + T_n \cdot \frac{4}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{T_z + 4T_n}{8} = 41\text{K}$$

$\int (1+u)^2 du = u + u^2 + \frac{4}{3}u^3$

3. Antena telemetrijskega oddajnika na nazivni frekvenci $f_0=2.2\text{GHz}$ je nameščena na obodu satelita s premerom $2r=3\text{m}$. Izračunajte kolebanje frekvence v sprejemniku na Zemlji $\Delta f = f_{\text{max}} - f_{\text{min}}=?$ zaradi stabilizacijskega vrtenja satelita z $n_i=100$ vrtljaji/min, ker se oddajna antena zaradi vrtenja enkrat približuje in nato oddaljuje od sprejemnika! ($c=3E8\text{m/s}$)

$$\Delta v = 2v = 2r \frac{d\phi}{dt} = 2r \cdot 2\pi \cdot n_i = 3\text{m} \cdot 2\pi \cdot 100/\text{min} \cdot 1\text{min}/60\text{s} = 31.4\text{m/s}$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{c} \Delta v = \frac{2.2 \cdot 10^9 \text{Hz} \cdot 31.4\text{m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{m/s}} = 230\text{Hz}$$

4. Izračunajte zmogljivost radijske zveze $C=?$ s plovila v tirnici okoli planeta Jupiter na razdalji $d=700$ milijonov km od zemeljske sprejemne postaje! Plovilo razpolaga z oddajnikom moči $P_0=20\text{W}$ na frekvenci $f=8.4\text{GHz}$ in anteno premera $2r_0=1\text{m}$. Zemeljski sprejemnik ima anteno premera $2r_s=30\text{m}$ in šumno temperaturo $T=30\text{K}$. Izkoristek osvetlitve obeh anten znaša $\eta_a=70\%$, pasovna širina B ni omejena. ($k_b=1.38E-23\text{J/K}$)

$$P_s = P_0 \frac{A_0 \eta_0 A_s \eta_s}{d^2 \lambda^2} = 20\text{W} \frac{0.785\text{m}^2 \cdot 0.7 \cdot 907\text{m}^2 \cdot 0.7}{(7 \cdot 10^{11}\text{m})^2 \cdot (0.0357\text{m})^2} = 8.7 \cdot 10^{-18}\text{W}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 3.57\text{cm}$$

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_s}{k_b T \ln 2} = \frac{8.7 \cdot 10^{-18}\text{W}}{1.38 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot 30\text{K} \cdot 0.693} = 30.3\text{kbit/s}$$

$$A_0 = \pi r_0^2 = 0.785\text{m}^2 \quad A_s = \pi r_s^2 = 907\text{m}^2$$

5. Sprejemnik ima pasovno širino $B=30\text{MHz}$, šumno število $F=1\text{dB}$ in presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=-10\text{dBm}$. Izračunajte moč vhodnega signala $P_s=?$, ko bo toplotni šum sprejemnika enako močen kot intermodulacijski produkt! Sprejemnik je priključen na anteno s šumno temperaturo $T_a=100\text{K}$. ($k_b=1.38E-23\text{J/K}$)

$$T_s = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = 75.9\text{K} \quad P_N = B k_b T = 30 \cdot 10^6 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot 175.9\text{K} = 7.28 \cdot 10^{-14}\text{W} \quad P_{ip3} = -10\text{dBm} = 100\mu\text{W}$$

$$T_0 = 293\text{K} \quad T = T_s + T_a = 175.9\text{K} \quad P_{imo} = \frac{P_{ip3}^3}{P_{ip1}^2} \rightarrow P_s = \sqrt[3]{P_{ip3}^3 \cdot P_N} = \sqrt[3]{10^{-8}\text{W}^3 \cdot 7.28 \cdot 10^{-14}\text{W}} = 90\mu\text{W} = -40.5\text{dBm}$$

1. Komunikacijski satelit izstrelimo v geostacionarno tirnico s pomočjo dveh časovno in prostorsko ločenih sunkov sile. Izračunajte osnovne veličine prenosne tirnice: veliko polos $a=?$ in ekscentričnost $e=?$ Koliko časa $t=?$ poteče od izstrelitve do dokončnega vtirjenja satelita? ($T_z=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \Rightarrow a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_z}{2\pi}\right)^2} = 42163\text{km}$$

$$t = \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 18815\text{s} = 5\text{h } 13\text{min } 35\text{s}$$

$$a = \frac{1}{2}(a_g + R_z) = 24240\text{km}$$

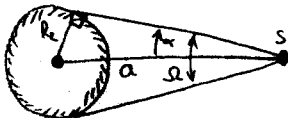
$$R_z = a - f = a - ae = a(1-e) \Rightarrow e = 1 - \frac{R_z}{a} = 0.737$$

2. Določite največjo možno smernost antene $D=?$ (v decibelih), ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($T=T_z=1436\text{min}$, $e=0$), da z radijskim signalom enakomerno osvetlimo celotno poloblo, ki jo satelit vidi iz svojega položaja v tirnici! ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_z}{2\pi}\right)^2} = 42163\text{km}$$

$$\sin \alpha = \frac{R_z}{a_g}; \quad \Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - (R_z/a_g)^2})$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - (R_z/a_g)^2}} = 173.8 \quad D_{\text{dB}} = 10 \log D = 22.4\text{dBi}$$



3. Satelit dvakrat izkorišča isti frekvenčni pas tako, da oddaja različne informacije z idelanima desno in levo krožno polarizacijo. Določite razmerje signal/motnja $S/M=?$ (jakost presluha) v decibelih, če je sprejemnik na Zemlji opremljen z neidealno desno krožno polarizirano anteno, ki ima osno razmerje $R=0.5\text{dB}$!

$$R_{\text{dB}} = 20 \log R \rightarrow R = 10^{\frac{R_{\text{dB}}}{20}} = 1.059; \quad R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \rightarrow |Q| = \frac{R-1}{R+1} = 0.029$$

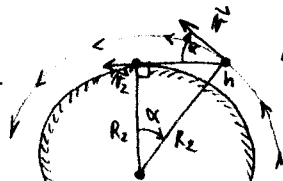
$$\left(\frac{S}{M}\right)_{\text{dB}} = 20 \log |Q| = -30.8\text{dB}$$

4. Izračunajte največji Doppler-jev pomik $\Delta f=?$ pri sprejemu sprejemu satelita, ki leti v krožnici na višini $h=300\text{km}$ nad zemeljsko površino in oddaja na frekvenci $f_0=2.2\text{GHz}$! Opazovalec (sprejemnik) se nahaja na ekvatorju in se vrti skupaj z Zemljo ($T_z=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$), naklon tirnice satelita pa znaša $i=0$.

$$\text{Krožnica: } e=0; \quad a = R_z + h = 6678\text{km} = r$$

$$N = \sqrt{\mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 7726\text{m/s}$$

$$V_z = R_z \omega_z = R_z \frac{2\pi}{T_z} = 465\text{m/s}$$



$$\Delta N = N \cos \alpha - N_z = N \frac{R_z}{R_z + h} - N_z = 6914\text{m/s}$$

$$\Delta f = f_0 \frac{\Delta N}{c_0} = 50.7\text{kHz}$$

5. Televizijski sprejemnik ($B=7\text{MHz}$) ima šumno število $F_s=9\text{dB}$. Kolikšno mora biti ojačenje $G_0=?$ (v decibelih) nizkošumnega ojačevalnika s šumnim številom $F_0=3\text{dB}$, da z vgradnjo ojačevalnika izboljšamo razmerje signal/šum za faktor 4-krat? Sprejemna antena je usmerjena v oddajnik na obzorju tako, da polovica smerjega diagrama vidi Zemljo ($T_z=T_0=293\text{K}$), druga polovica smernega diagrama pa hladno nebo $T_n=4\text{K}$.

$$T_A = \frac{1}{2}(T_z + T_n) = 148.5\text{K}$$

$$T_1 = T_A + T_s = 218.3\text{K}$$

$$G_{0\text{dB}} = 10 \log G_0 = 12.8\text{dB}$$

$$T_{0j} = T_0 \left(10^{\frac{F_0}{10}} - 1\right) = 292\text{K}$$

$$T_2 = T_A + T_{0j} + \frac{T_s}{G_0} = \frac{T_1}{4}$$

$$T_s = T_0 \cdot \left(10^{\frac{F_s}{10}} - 1\right) = 2034\text{K}$$

$$G_0 = \frac{T_s}{\frac{T_1}{4} - T_n - T_{0j}} = 19.3$$

Pisni izpit iz SATELITSKIH KOMUNIKACIJ (VSŠ) - 19/10/2001

1. Komunikacijski satelit s suho maso (brez goriva) $m_t=1500\text{kg}$ ima na krovu še $m_g=1000\text{kg}$ dvokomponentnega goriva. Koliko goriva $m_g'=?$ ostane na krovu satelita kot zaloga za manjše popravke tirnice, če glavino potiska motorja z $I_{sp}=300\text{s}$ uporabimo za premik satelita iz prenosne v dokončno geostacionarno tirnico, ki zahteva $\Delta v=1.5\text{km/s}$? ($g=9.81\text{m/s}^2$)

$$\Delta v = v_i \ln \frac{m_g + m_t}{m_g' + m_t} \rightarrow m_g' = (m_g + m_t) \cdot e^{-\frac{\Delta v}{v_i}} - m_t = 2500\text{kg} \cdot e^{-\frac{1500}{2343}} - 1500\text{kg} = \underline{\underline{1.713\text{kg}}}$$

$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{\underline{2943\text{m/s}}}$$

2. Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu satelita za telefonijo, ki dela na frekvenci $f=1.6\text{GHz}$. Smerni diagram oddajne antene enakomerno pokriva krožno področje s polmerom $r=100\text{km}$ na Zemlji. Telefon je opremljen z neusmerjeno sprejemno anteno z dobitkom $G_s=1$. Za zadovoljivo kakovost zveze nam zadošča $U_s=0.4\text{uV}_{eff}$ na vhodnih sponkah sprejemnika z impedanco $Z=50\text{ohm}$. ($c=3E+8\text{m/s}$)

$$P_s = \frac{U_s^2}{Z} = \frac{(0.4 \cdot 10^{-6}\text{V})^2}{50\Omega} = 3.2 \cdot 10^{-13}\text{W} \quad A_g = \pi r^2 = 3.14 \cdot 10^{10}\text{m}^2$$

$$A_s = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_s = \frac{G_s}{4\pi} \left(\frac{c}{f}\right)^2 = 2.798 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad P_o = P_s \frac{A_g}{A_s} = \underline{\underline{36\text{mW}}}$$

3. Komunikacijski satelit oddaja z vodoravno in navpično linearno polarizacijo zato, da isti frekvenčni pas izkoristi dvakrat. Izračunajte presluh $a=?$ v decibelih, ki nastane v sprejemniku z idealno linearno-polarizirano anteno, ki pa je glede na ravnino polarizacije satelitske oddaje zasukana za kot $\alpha=1\text{stopinja}$ zaradi netočne vgradnje antene!

$$a = 20 \log_{10} \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = 20 \log_{10} \frac{0.017452}{0.999848} = \underline{\underline{-35.16\text{dB}}}$$

4. Satelitska sprejemna antena ima šumno temperaturo $T_a=30\text{K}$. Sprejemnik sestavlja nizkošumni ojačevalnik s šumnim številom $F_n=0.5\text{dB}$ in mešalnik ter ostale stopnje s šumnim številom $F_m=10\text{dB}$. Kolikšno naj bo ojačenje nizkošumnega ojačevalnika $G_n=?$, da celotna šumna temperatura sistema ne preseže $T=100\text{K}$? ($T_o=293\text{K}$)

$$T_n = T_o \left(10^{\frac{F_n}{10}} - 1 \right) = 35.75\text{K} \quad T = T_a + T_n + \frac{T_m}{G_n} \rightarrow G_n = \frac{T_m}{T - T_a - T_n}$$

$$T_m = T_o \left(10^{\frac{F_m}{10}} - 1 \right) = 2637\text{K} \quad G_n = \frac{2637\text{K}}{100\text{K} - 30\text{K} - 35.75\text{K}} = \underline{\underline{76.996 = 18.86\text{dB}}}$$

5. Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu plovila v tirnici okoli Marsa, ki je oddaljeno $d=250E+6\text{km}$ od sprejemne postaje na Zemlji. Plovilo razpolaga z oddajno anteno premera $2r_o=1\text{m}$ na frekvenci $f=8.4\text{GHz}$, sprejemna postaja na Zemlji pa z anteno premera $2r_s=66\text{m}$ in šumno temperaturo sistema $T=60\text{K}$. Izkoristek osvetlitve obeh anten je $\eta_a=70\%$. Plovilo oddaja slike s hitrostjo $C=250\text{kbit/s}$, oddaja pa je kodirana tako, da znaša kodna izguba $a=4\text{dB}$ glede na Shannon-ovo teoretsko mejo. ($k_b=1.38E-23\text{J/K}$) $\lambda = \frac{c}{f} = 3.54\text{cm}$

$$C = \frac{P_s'}{k_b T \ln 2} \rightarrow P_s' = C k_b T \ln 2 = 250 \cdot 10^3/\text{s} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot 60\text{K} \cdot \ln 2 = 1.435 \cdot 10^{-16}\text{W}$$

$$a=4\text{dB} = 2.512 \quad P_s = P_s' a = 3.604 \cdot 10^{-16}\text{W} \quad P_o = P_s \frac{d^2 \lambda^2}{A_s \eta_s A_o \eta_o} = P_s \frac{d^2 \lambda^2}{\pi r_s^2 \eta_s \pi r_o^2 \eta_o} = \underline{\underline{21.82\text{W}}}$$

1. Satelit izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom $i=63.5$ stopinj in periodo $T=11$ ur 58 min. Izračunajte višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja $h_p=1000$ km! Koliko znaša ekscentričnost $e=?$ takšne tirnice? ($u=3.986E+14$ m³/s², $R_z=6378$ km, $T_z=1436$ min)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = 26561 \text{ km} \quad h_a = 2a - 2R_z - h_p = \underline{\underline{39366 \text{ km}}}$$

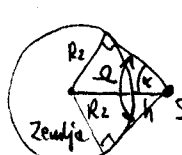
$$h_p + R_z = r_p = a(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_z}{a} = \underline{\underline{0.722}}$$

2. Določite premer zrcala $d=?$ oddajne antene na krovu televizijskega satelita, ki naj osvetli področje s polmerom $r=1000$ km na zemeljski površini tik pod satelitom! Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici in oddaja v frekvenčnem pasu $f=2.6$ GHz. Izkoristek osvetlitve odprtine zrcalne antene znaša $\eta=50\%$. ($u=3.986E+14$ m³/s², $R_z=6378$ km, $T_z=1436$ min)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = 42167 \text{ km}; \quad h = a - R_z = 35785 \text{ km}; \quad \Omega = \frac{A_d}{h^2} = \frac{\pi r^2}{h^2} = \underline{\underline{2.453 \cdot 10^{-3} \text{ srd}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.115 \text{ m}; \quad D = \frac{4\pi}{\Omega}; \quad A = \frac{\lambda^2 D}{4\pi \eta} = \frac{\lambda^2}{\Omega \eta} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2; \quad d = \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi \Omega \eta}} = \underline{\underline{3.414 \text{ m}}}$$

3. Izračunajte šumno temperaturo neusmerjene sprejemne antene za telekomando na krovu satelita v tirnici na višini $h=2000$ km nad zemeljsko površino. Šumna temperatura Zemlje znaša $T_z=300$ K in šumna temperatura neba $T_n=4$ K. Frekvenca telekomande je dovolj visoka, da lahko šum Sonca in ostalih nebesnih teles zanemarimo. ($R_z=6378$ km)



$$\sin \alpha = \frac{R_z}{R_z + h}; \quad \Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_z}{R_z + h}\right)^2})$$

$$T_A = \frac{T_z \Omega + T_n(4\pi - \Omega)}{4\pi} = \frac{T_z}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_z}{R_z + h}\right)^2}\right) + \frac{T_n}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{R_z}{R_z + h}\right)^2}\right) = \frac{300 \text{ K}}{2} \cdot 0.352 + \frac{4 \text{ K}}{2} \cdot 1.648 =$$

4. Izračunajte teoretsko zmogljivost $C=?$ radijske zveze, 56,5 k ki razpolaga z oddajnikom moči $P=5$ W in neusmerjeno oddajno anteno na krovu satelita! Zemeljski sprejemnik ima anteno premera $d=3$ m z izkoristkom osvetlitve $\eta=70\%$ in šumno temperaturo $T_a=40$ K. Šumna temperatura sprejemnika znaša $T_s=60$ K, pasovna širina ni omejena na osrednji frekvenci $f=8$ GHz. Razdalja od satelita do sprejemnika znaša $r=3000$ km. ($k_b=1.38E-23$ J/K)

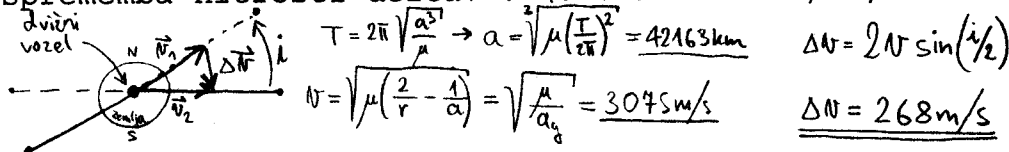
$$P_s = P_0 \frac{A_s \eta}{4\pi r^2} = P_0 \frac{d^2 \eta}{16 r^2} = \underline{\underline{2.19 \cdot 10^{-13} \text{ W}}}$$

$$C = \frac{P_s}{k_b(T_a + T_s) \ln 2} = \underline{\underline{229 \text{ Mbit/s}}}$$

5. Močnostni ojačevalnik ima ojačenje $G=25$ dB, presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=+40$ dBm in moč nasičenja $P_{1dB}=+30$ dBm. Določite vse tri veličine (G' , P_{ip3}' in P_{1dB}') za vzporedno vezavo dveh takšnih enakih ojačevalnikov, če vhodno in izhodno impedanco vzporedne vezave prilagodimo z brezizgubnimi transformatorji impedance!

$$G' = G = \underline{\underline{25 \text{ dB}}}; \quad P_{ip3}' = P_{ip3} + 3 \text{ dB} = \underline{\underline{+43 \text{ dBm}}}; \quad P_{1dB}' = P_{1dB} + 3 \text{ dB} = \underline{\underline{+33 \text{ dBm}}}$$

1. Geostacionarni satelit se nahaja v krožnici s periodo $T=1436\text{min}$. Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narastel na $i=5\text{stopinj}$. V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skica!), da popravimo naklon tirnice? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti $\Delta v=?$ ($u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$, $R_z=6378\text{km}$)



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = 42163\text{km} \quad \Delta v = 2v \sin(i/2)$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 3075\text{m/s} \quad \Delta v = 268\text{m/s}$$

2. Izračunajte sevalni izkoristek $\eta=?$ polvalovnega dipola s sevalno upornostjo $R_s=73\text{ohm}$ na frekvenci $f=300\text{MHz}$. Dipol je izdelan iz kovinske žice s končno prevodnostjo. Upornost žice dodatno poveča kožni pojav na vrednost $R/l=10\text{ohm/m}$. Pri računu upoštevajte, da so izgube v žici majhne glede na sevalno upornost in bistveno ne vplivajo na kosinusno porazdelitev toka $I(z)$ na dipolu! ($c=3E+8\text{m/s}$)

$$P_s = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_s = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_s \quad \lambda = \frac{c}{f} = 1\text{m} \quad \eta = \frac{P_s}{P_s + P_z} = \frac{R_s}{R_s + R/l \cdot \frac{\lambda}{4}} = \frac{73\Omega}{73\Omega + 2.5\Omega}$$

$$I(z) = I_0 \cos kz \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad +1/4$$

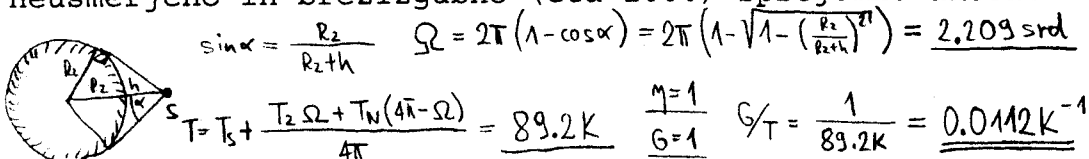
$$P_z = \int_{-1/4}^{+1/4} \frac{1}{2} |I(z)|^2 R/l dz = \frac{1}{2} R/l |I_0|^2 \int_{-1/4}^{+1/4} \cos^2(kz) dz = \frac{1}{2} R/l |I_0|^2 \frac{\lambda}{2} \frac{1}{2} \quad \eta = 96.7\%$$

3. Na frekvenci $f=12\text{GHz}$ potrebujemo anteno z dobitkom $G=40\text{dBi}$. Izračunajte premer $d=?$ in globino $h=?$ rotacijsko simetričnega paraboličnega zrcala! Zrcalo osvetlimo z žarilcem, ki pri razmerju $f/d=0.4$ doseže izkoristek osvetlitve odprtine $\eta=80\%$. Pri računu upoštevajte tudi neidealnost površine zrcala, kar prinese $a=0.5\text{dB}$ izgube dobitka, izgubo zaradi sence žarilca pa zanemarite! ($c=3E+8\text{m/s}$)

$$D = a G = 40.5\text{dBi} = 11220 \quad \lambda = \frac{c}{f} = 2.5\text{cm} \quad d = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 0.942\text{m} = 94.2\text{cm}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta \rightarrow A = \frac{D \lambda^2}{4\pi \eta} = 0.698\text{m}^2 \quad f = d \cdot (f/d) = 39.7\text{cm} \quad h = \frac{d^2}{16f} = 14.7\text{cm}$$

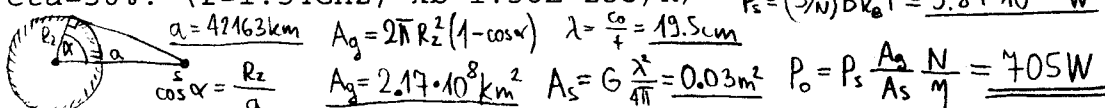
4. Izračunajte razmerje $G/T=?$ telekomandnega sprejemnika na krovu satelita, ki se nahaja na višini $h=2000\text{km}$ nad zemeljsko površino ($R_z=6378\text{km}$)! Zemlja seva kot črna kroglja s povprečno temperaturo $T_z=290\text{K}$. Povprečna šumna temperatura neba vključno s Soncem znaša $T_n=10\text{K}$. Šumna temperatura sprejemnika znaša $T_s=30\text{K}$. Sprejemnik je opremljen z neusmerjeno in brezizgubno ($\eta=100\%$) sprejemno anteno.



$$\sin \alpha = \frac{R_z}{R_z + h} \quad \Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_z}{R_z + h}\right)^2}\right) = 2.209\text{sr}$$

$$T = T_s + \frac{T_z \Omega + T_n (4\pi - \Omega)}{4\pi} = 89.2\text{K} \quad \frac{\eta=1}{G=1} \quad G/T = \frac{1}{89.2\text{K}} = 0.0112\text{K}^{-1}$$

5. Izračunajte potrebno moč oddajnika na krovu satelita Inmarsat z zmogljivostjo $N=50$ istočasnih telefonskih pogovorov! Vsak telefonski kanal zahteva razmerje signal/šum $S/N=15\text{dB}$ v pasovni širini $B=15\text{kHz}$. Zemeljske postaje so opremljene s sprejemnimi antenami z dobitki $G=10\text{dBi}$ in skupno šumna temperatura antene in sprejemnika $T=150\text{K}$. Antena na krovu satelita osvetli celotno poloblo, vidno iz geostacionarne tirnice ($R_z=6378\text{km}$, $T=1436\text{min}$) z izkoristkom $\eta=50\%$. ($f=1.54\text{GHz}$, $k_b=1.38E-23\text{J/K}$) $P_s = (S/N) B k_b T = 9.81 \cdot 10^{-16}\text{W}$



$$a = 42163\text{km} \quad A_g = 2\pi R_z^2 (1 - \cos \alpha) \quad \lambda = \frac{c}{f} = 19.5\text{cm}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_z}{a} \quad A_g = 2.17 \cdot 10^8\text{km}^2 \quad A_s = G \frac{\lambda^2}{4\pi} = 0.03\text{m}^2 \quad P_o = P_s \frac{A_g}{A_s} \frac{N}{\eta} = 705\text{W}$$

1. Telekomunikacijski satelit se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=400\text{km}$ in apogejem, ki se dotika geostacionarne tirnice. Izračunajte potrebnost količino raketnega goriva $m_g=?$ s specifičnim impulzom $I_{sp}=250\text{s}$ za prenos v dokončno geostacionarno tirnico ($T=T_z=1436\text{min}$), če znaša masa satelita $m_t=1000\text{kg}$ in popravek naklona ni potreben!

($g=9.81\text{m/s}^2$, $\mu=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$, $R_z=6378\text{km}$) $\Delta V = v_g - v_a = 1454\text{m/s}$

$$a_g = \sqrt[3]{\frac{\mu T^2}{(2\pi)^2}} = 42163\text{km} \quad v_a = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{a_g} - \frac{1}{a_p} \right)} = 1618\text{m/s} \quad v_i = g \cdot I_{sp} = 2453\text{m/s}$$

$$a_p = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{a_g + h_p + R_z}{2} = 24470\text{km} \quad v_g = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = 3075\text{m/s} \quad m_g = m_t \left(e^{\frac{\Delta V}{v_i}} - 1 \right) = 811\text{kg}$$

2. Piramidni lijak ima pravokotno odprtino s stranicama $a=10\text{cm}$ in $b=8\text{cm}$. Globina lijaka (razdalja med središčem odpritve in prehodom v pravokotni valovod) znaša $h=25\text{cm}$. Pri kateri frekvenci $f=?$ doseže največja fazna napaka na odprtini lijaka vrednost $\Delta\phi = \pi$? Koliko znaša smernost lijaka $D=?$ pri dani frekvenci, če lijak vzbujamo z valovodnim rodod TE₀₁ in napako faze povsem popravimo z zbiralno lečo? ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$\Delta l = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} - h = 8.07\text{mm} \quad D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta_0 ; A = ab ; \eta_0 = \frac{8}{\pi^2} \text{ za rod TE}_{01}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\phi = k\Delta l \\ k = \frac{2\pi f}{c} \end{array} \right\} f = \frac{\Delta\phi c}{\Delta l 2\pi} = 18.56\text{GHz} \quad D = \frac{4\pi}{c^2} f^2 ab \frac{8}{\pi^2} = 312.8 = 24.95\text{dBi}$$

3. Parabolično zrcalo premera $d=1\text{m}$ želimo uporabiti za sprejem televizijskega satelita na frekvenci $f=12\text{GHz}$. Na zrcalo vgradimo žarilec in pri sprejemu zemeljskega oddajnika na oddaljenosti $r=30\text{m}$ od zrcala najdemo najboljši položaj žarilca na razdalji $x=35\text{cm}$ od temena zrcala. Kakšna mora biti razdalja med temenom zrcala in žarilcem $x'=?$ za najboljši sprejem satelita? ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{r} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{x'} + \frac{1}{r'} ; r' \rightarrow \infty$$

$$f = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{r}} = 346\text{mm} \quad x' \approx f = 346\text{mm}$$

Fraunhofer:
 $r_{\text{mejni}} = \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2d^2 f}{c}$
 $r_{\text{mejni}} = 80\text{m}$

4. GPS sprejemnik je opremljen z neusmerjeno brezizgubno anteno na frekvenci $f=1575.42\text{MHz}$. Izračunajte razmerje $G/T=?$ celotne naprave, če znaša šumno število sprejemnika $F=2\text{dB}$! Šumna temperatura neba znaša na dani frekvenci $T_n=15\text{K}$, šumna temperatura Zemlje pa je enaka referenčni temperaturi $T_z=T_0=293\text{K}$. ($k_B=1.38\text{E}-23\text{J/K}$)

$$T_A = \frac{T_n \cdot \Omega_n + T_z (4\pi - \Omega_n)}{4\pi} = \frac{T_n + T_z}{2} = 154\text{K} \quad G = \eta D ; D = 1 ; \eta = 1$$

$$T_s = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = 171\text{K} \quad G/T = \frac{1}{T_A + T_s} = 3.07 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} = -25.1\text{dB/K}$$

5. Izračunajte zmogljivost radijske zveze $C=?$, ki jo omejuje popačenje izhodne stopnje oddajnika in pasovna širina $B=7\text{MHz}$! Oddajnik dela z izhodno močjo $P_0=1\text{W}$. Glavno motnjo predstavlja intermodulacijsko popačenje, moč presečne točke oddajnika znaša $P_{IP3}=+50\text{dBm}$. Radijska zveza je opremljena z usmerjenimi antenami, da lahko vpliv toplotnega šuma, odbitih valov in motenj drugih oddajnikov zanemarimo.

$$P_{\text{ind}} = \frac{P_0^3}{P_{IP3}^2} = \frac{(1\text{W})^3}{(100\text{W})^2} = 10^{-4}\text{W} \quad C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_0}{P_{\text{ind}}} \right) = 7\text{MHz} \cdot 13.288 = 93\text{Mbit/s}$$

$$P_{IP3} = +50\text{dBm} = 100\text{W}$$

1. Satelit z maso $m=1000\text{kg}$ se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200\text{km}$ in višino apogeja $h_a=35800\text{km}$. Kolikšna je sprememba energije satelita $\Delta W=?$, ko z raketnim motorjem požene satelit v krožnico na višini $h=35800\text{km}$? ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$, $T_z=1436\text{min}$)

$$a_p = \frac{h_a + R_z + h_p + R_z}{2} = \underline{24378\text{km}} \quad W_p = -\frac{\mu m}{2a_p} = \underline{-8.18\text{GJ}} \quad \Delta W = W_g - W_p =$$

$$a_g = h_a + R_z = \underline{42178\text{km}} \quad W_g = -\frac{\mu m}{2a_g} = \underline{-4.73\text{GJ}} \quad = \underline{+3.45\text{GJ}}$$

2. Določite smernost antene $D=?$, ki jo vgradimo na satelit, da z geostacionarne tirnice ($h=35800\text{km}$) pokrijemo področje s polmerom $r=300\text{km}$ na zemeljski površini tik pod satelitom! Kolikšen je premer $2r_a=?$ oddajne antene na frekvenci $f=12\text{GHz}$, če doseže izkoristek osvetlitve odpritne vrednost $\eta=60\%$? ($c=3E+8\text{m/s}$)

$$\Omega = \frac{A_s}{h^2} = \frac{\pi r^2}{h^2}; \quad \lambda = \frac{c}{f} = \underline{2.5\text{cm}}; \quad A_{\text{off}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D; \quad A = \frac{A_{\text{off}}}{\eta}; \quad 2r_a = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4h^2}{r^2} = 56962 = \underline{47.6\text{dBi}}; \quad 2r_a = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{D}{\eta}} = \underline{2.45\text{m}}$$

3. Za boljši izkoristek radiofrekvenčnega prostora oddaja televizijski satelit na dveh med sabo pravokotnih linearnih polarizacijah (pokončna in vodoravna). Kolikšno odstopanje smeri polarizacije sprejemne antene $\alpha=?$ si lahko privoščimo, če naj razmerje signal/(šum+motnja) ne pade pod $S/N+I=20\text{dB}$? V slučaju idealne sprejemne antene, brez presluha neželjene polarizacije, znaša razmerje signal/šum $S/N=25\text{dB}$.

$$P_N = \frac{P_s}{(S/N)} = \frac{P_s}{25\text{dB}} = \frac{P_s}{316} = \underline{0.00316 P_s}; \quad P_N + P_i = \frac{P_s}{(S/N+I)} = \frac{P_s}{20\text{dB}} = \frac{P_s}{100} = \underline{0.01 P_s}$$

$$P_i = (P_N + P_i) - P_N = \underline{0.00684 P_s}; \quad \frac{P_i}{P_s} = \left(\frac{E_v}{E_H}\right)^2 = \tan^2 \alpha; \quad \alpha = \arctg \sqrt{\frac{P_i}{P_s}} = \underline{0.083\text{rd}} = \underline{4.73^\circ}$$

4. Izračunajte skupno šumno temperaturo sprejemnega sistema $T=?$ če je sprejemnik opremljen z neusmerjeno in brezizgubno anteno! Šumna temperatura neba znaša $T_n=20\text{K}$ in šumna temperatura Zemlje $T_z=T_o=293\text{K}$. Sprejemnik vsebuje večje število ojačevalnih stopenj, zgrajenih s tranzistorji, ki na dani frekvenci omogočajo šumno število $F_t=3\text{dB}$ in ojačenje $G_t=10\text{dB}$.

$$\text{Neusmerjena antena: } T_A = \frac{T_n + T_z}{2} = \underline{156.5\text{K}} \quad T_s = T_t + \frac{T_t}{G} + \frac{T_t}{G^2} + \frac{T_t}{G^3} + \dots = \frac{T_t}{1-G^{-1}}$$

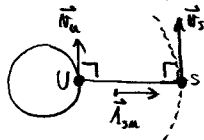
$$G_t = 10\text{dB} = \underline{10}$$

$$T_s = \frac{293\text{K}}{1-0.1} = \underline{325.6\text{K}}$$

$$T_t = T_o \left(10^{\frac{F_t}{10}} - 1\right) = \underline{293\text{K}}$$

$$T = T_A + T_s = \underline{482\text{K}}$$

5. Izračunajte Doppler-jev pomik frekvence $\Delta f=?$, ki ga opazi uporabnik na Zemlji, ko satelit oddaja na frekvenci $f_o=1.6\text{GHz}$! Uporabnik se nahaja na ekvatorju, satelit pa je v trenutku opazovanja točno nad glavo uporabnika ter v apogeju tirnice ($h_a=36000\text{km}$, $h_p=1000\text{km}$), ki poteka v ekvatorialni ravnini. ($T_z=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)



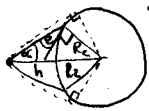
$$\Delta f = -f_o \frac{(\vec{v}_s - \vec{v}_E) \cdot \vec{A}_{su}}{c_o} = \underline{0} \quad (\text{skalarni produkt pravokotnih vektorjev})$$

1. Vesoljska ladja leti v krožnici na višini $h=400\text{km}$ nad zemeljsko površino z naklonom $i=50\text{stopinj}$. Kolikšna je potrebna sprememba hitrosti $\Delta v=?$, da ladja zniža perigej svoje tirnice na $h_p=100\text{km}$, kjer trenje z zemeljskim ozračjem omogoči nadaljnje zaviranje in pristane? Za koliko kilometrov $d=?$ se premakne mesto pristanka, če vesoljska ladja vključi raketni motor za $\Delta t=10\text{s}$ prepozno? ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{h+R_z}} = 7669\text{m/s}; v_2 = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{h+R_z} - \frac{1}{a}\right)} = 7581\text{m/s}; d = v_1 \frac{R_z}{h+R_z} \Delta t = 72.16\text{km}$$

$$a = \frac{h+h_p+2R_z}{2} = 6628\text{km}; \Delta v = v_1 - v_2 = 87.27\text{m/s}$$

2. Telefonski satelit GLOBALSTAR leti v krožnici na višini $h=1420\text{km}$ nad zemeljsko površino z naklonom $i=52\text{stopinj}$. Določite smernost antene $D=?$ na krovu satelita, ki zagotavlja pokrivanje vseh uporabnikov, ki vidijo satelit vsaj $\epsilon_{\text{min}}=15\text{stopinj}$ nad obzorjem! Če se satelit nahaja prenizko na obzorju, je za mobilne postaje neuporaben zaradi senc hribov, zgradb ali dreves, zato naj antena na krovu satelita tja ne seva. ($f=1.6\text{GHz}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$, $R_z=6378\text{km}$)



Sinusni izrek: $\frac{\sin \alpha}{R_z} = \frac{\sin(\epsilon_{\text{min}} + 1/2)}{R_z+h}$; $\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$; $D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha}$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R_z}{R_z+h} \cos(\epsilon_{\text{min}})\right) = 52.19^\circ$$

$$D = 5.17 = 7.13\text{dBi}$$

3. Izračunajte teoretsko zmogljivost satelitske zveze $C=?$, če znaša moč oddajnika na krovu satelita $P_o=50\text{W}$ na frekvenci $f=12\text{GHz}$ in dobitek antene $G_o=40\text{dBi}$. Sprejemnik je opremljen z anteno premera $2r_s=60\text{cm}$ in izkoristkom osvetlitve $\epsilon_a=70\%$. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=150\text{K}$. Kolikšna je spektralna učinkovitost $C/B=?$, če razpolagamo s frekvenčnim pasom širine $B=36\text{MHz}$? ($k_B=1.38\text{E}-23\text{J/K}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$P_s = P_o G_o \frac{\eta_s \pi r_s^2}{4\pi d^2} = 4.922\text{pW} \quad G_o = 40\text{dBi} = 10000 \quad \lambda = 40000\text{m}$$

$$P_n = B k_B T = 0.0745\text{pW}; C = B \log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_n}\right) = 218.4\text{Mbit/s} \quad C/B = 6.067\text{bit/s/Hz}$$

4. Stabilizacija lege geostacionarnega satelita je izvedena z vrtenjem $n=100\text{vrt/min}$, os vrtenja je vzporedna osi vrtenja Zemlje. Neusmerjena antena telemetrijskega oddajnika je nameščena na obodu satelita na razdalji $r=1.5\text{m}$ od osi vrtenja in oddaja na frekvenci $f=8\text{GHz}$. Izračunajte frekvenčni koleb $\Delta f=?$, ki ga zazna sprejemnik na zemeljskem ekvatorju, ker se zaradi vrtenja oddajna antena približuje oziroma oddaljuje od sprejemnika! ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$v = r\omega = r 2\pi n = 1.5\text{m} \cdot 2\pi \cdot 100 \frac{1}{60\text{s}} = 15.7\text{m/s}$$

$$\Delta f = \pm f \frac{v}{c} = \pm 419\text{Hz} \quad (\text{oziroma celotni koleb } 838\text{Hz})$$

5. Linearni pretvornik na krovu satelita Inmarsat sprejema signale upravnih postaj v frekvenčnem pasu 6.4GHz in jih oddaja mobilnim uporabnikom v frekvenčnem pasu 1.5GHz . Izračunajte potrebno enosmerno moč napajanja oddajnika $P_n=?$ na krovu satelita, če naj znaša skupna oddana moč proti uporabnikom $P_o=50\text{W}$! Izhodna stopnja oddajnika dožeže pri $P_{1\text{dB}}$ izkoristek $\epsilon_a=30\%$ in razmerje $P_{\text{IP3}}/P_{1\text{dB}}$ znaša 15dB . Uporabniki zahtevajo, da moč intermodulacijskih produktov ne preseže vrednosti -40dB koristnega signala.

$$P_{\text{IP3}} = \sqrt{\frac{P_o^3}{P_{1\text{dB}}}} = \frac{P_o}{\sqrt{10^{-4}}} = 5\text{kW}; P_{\text{1dB}} = \frac{P_{\text{IP3}}}{31.6} = 158.1\text{W}; P_n = \frac{P_{1\text{dB}}}{\eta} = 527\text{W}$$

$$\frac{P_{1\text{dB}}}{P_o} = -40\text{dB} = 10^{-4}; \frac{P_{\text{IP3}}}{P_{1\text{dB}}} = 15\text{dB} = 31.6$$

1. Izračunajte najmanjši potrebni deltav=? rakete, da koristni tovor ubeži težnostnemu polju Zemlje! Raketo izstrelimo na ekvatorju in izkoristimo vrtenje Zemlje, da zmanjšamo potrebni deltav rakete. ($R_z=6378\text{km}$, $T_z=1436\text{min}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$a = \infty ; r_p = R_z = 6378\text{km} ; v_z = \frac{2\pi R_z}{T_z} = 465\text{m/s}$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_z}} = 11180\text{m/s} ; \Delta v = v - v_z = 10715\text{m/s}$$

2. Kolikšna naj bo moč $P_o=?$ pomorskega oddajnika za klic v sili, ki je opremljen z neusmerjeno anteno ($G_o=1$) na frekvenci $f=1.62\text{GHz}$? Sprejemnik ima šumno temperaturo $T_s=150\text{K}$ in se nahaja na krovu geostacionarnega satelita ($r=40000\text{km}$) z anteno z dobitkom $G_s=20\text{dBi}$ in šumno temperaturo $T_a=200\text{K}$. Sporočilo prenašamo s hitrostjo $C=400\text{bit/s}$. Demodulator sprejemnika vnaša izgubo $a=12\text{dB}$ glede na Shannon-ovo teoretsko mejo za neskončno pasovno širino. ($k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$B = \infty \rightarrow C = \frac{P_s'}{k_b(T_a+T_s)\ln 2} \rightarrow P_s' = C k_b(T_a+T_s)\ln 2 = 1.34 \cdot 10^{-18}\text{W}$$

$$a = 12\text{dB} = 15.85 ; \lambda = \frac{c}{f} = 0.185\text{m} ; G_o = 1 ; G_s = 20\text{dBi} = 100$$

$$P_s = a P_s' = 2.12 \cdot 10^{-17}\text{W} ; P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \rightarrow P_o = \frac{P_s}{G_o G_s} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = 1.564\text{W}$$

3. Zemeljska sprejemna postaja je opremljena z zrcalom premera $d=60\text{m}$ in razmerjem $f/d=0.4$. Za kolikšno razdaljo $x=?$ se premakne navidezno gorišče zrcala pri sprejemu vesoljske ladje, ki prileti iz zelo velike razdalje na višino $h=300\text{km}$ nad zemeljsko sprejemno postajo? ($f=8\text{GHz}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

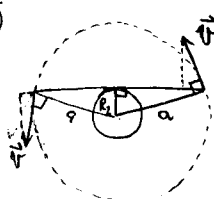
$$f = d \cdot (f/d) = 24\text{m} ; \frac{1}{f'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{h} \rightarrow f' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{h}} = \frac{fh}{h-f}$$

$$x = f' - f = \frac{fh}{h-f} - f = \frac{fh - (fh - f^2)}{h-f} = \frac{f^2}{h-f} = 1.92 \cdot 10^{-3}\text{m} = 1.92\text{mm}$$

4. Krožno polarizirano anteno sestavimo iz dveh enakih linearno polariziranih anten z dobitkom $G_e=15\text{dBi}$, ki jih zasučemo okoli osi glavnega snopa tako, da proizvajata električno polje pod pravim kotom. Koliko znaša dobitek krožno polarizirane antene $G=?$, če znašajo izgube v napajalnem vezju obeh linearno polariziranih anten $a=1\text{dB}$?

$$G = G_e - a = 15\text{dBi} - 1\text{dB} = 14\text{dBi}$$

5. Sateliti sistema GPS se gibljejo v krožnicah z naklonom $i=55$ stopinj in periodo $T=12\text{h}$. Izračunajte širino frekvenčnega pasu $\Delta f=?$, v kateri uporabniški sprejemnik išče uklenitev na oddajo satelita na nazivni frekvenci $f=1575.42\text{MHz}$! Pri računu upoštevamo Doppler-jev pomik zaradi gibanja satelita. Gibanje uporabnika zanemarimo. ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$)



$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = 26610\text{km} ; v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 3870\text{m/s}$$

$$v' = v \frac{R_z}{a} = 928\text{m/s} ; \Delta f = f \frac{2v'}{c} = 9743\text{Hz}$$

1. Določite življenjsko dobo $t=?$ satelita v geostacionarni tirnici, če popravki naklona tirnice v smeri sever-jug in popravki položaja vzhod-zahod skupno zahtevajo v enem letu $\Delta v=45\text{m/s}$? Celotna masa satelita na začetku delovanja znaša $m=1000\text{kg}$, od tega odpade $m_g=80\text{kg}$ na zalogo hidrazina N_2H_4 . Uporabljeni raketni motorji imajo hitrost izpuha $v_i=2.2\text{km/s}$. ($T_z=1436\text{min}$, $R_z=6378\text{km}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$\Delta N_c = v_i \ln \frac{m}{m-m_g} = 2.2\text{km/s} \cdot \ln \frac{1000\text{kg}}{920\text{kg}} = 183.44\text{m/s}$$

$$t = \frac{\Delta N_c}{\Delta v/\Delta t} = \frac{183.44\text{m/s}}{45\text{m/s}} \cdot 1\text{leto} = 4.076\text{let} = 4\text{leta } 28\text{dni}$$

2. Določite premer $2r=?$ zrcala za sprejem satelita, ki ga vidimo z elevacijo $\alpha=7\text{stopinj}$ nad obzorjem in oddaja na frekvenci $f=2.2\text{GHz}$! Izkoristek osvetlitve zrcala znaša $\eta=50\%$, smerni diagram zrcala pa ponazorimo s krogelnim izsekom s ploščatim temenom, strmimi boki in zanemarljivimi stranskimi snopi. Glavni snop antene usmerimo v satelit, pri tem pa naj toplotni šum Zemlje ne moti sprejema satelita. ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha) \quad A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D; \quad A = \frac{A_{\text{eff}}}{\eta} = \pi r^2; \quad \lambda = \frac{c}{f} = 0.136\text{m}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1-\cos\alpha} = 268.3 \quad 2r = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{A_{\text{eff}}}{\pi\eta}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{D}{\eta}} = 1.006\text{m}$$

3. Televizijski satelit oddaja na frekvenci $f=12\text{GHz}$ v istem radiofrekvenčnem kanalu pasovne širine $B=40\text{MHz}$ dva različna TV programa z različnima, med sabo pravokotnima linearnima polarizacijama. Zaradi netočnosti izdelave oddajne antene znaša kot med obema ravninama polarizacije $\varphi=80\text{stopinj}$. Kolikšna je izguba jakosti sprejema željenega signala $a=?$ (dB), če polarizacijo sprejemne antene nastavimo tako, da povsem zadušimo motnjo na neželjeni polarizaciji?

$$\vec{E} \cdot \vec{A}_s = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot \vec{A}_s = E_1 \cos\alpha + \underbrace{E_2 \cos(\alpha + \varphi)}_{\text{zahtevamo } = 0} \quad \alpha + \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$E = E_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \quad a = 20 \log\left(\frac{E}{E_1}\right) = 20 \log\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\right) = 20 \log(\sin\varphi) = -0.133\text{dB}$$

4. Izračunajte šumno temperaturo brezizgubne antene $T_a=?$ plovila, ki je pristalo na Luni! Glavni snop antene s smernostjo $D=25\text{dBi}$ je usmerjen na Zemljo s povprečno šumno temperaturo $T_z=260\text{K}$, ozadje Zemlje je hladno nebo s šumno temperaturo $T_n=4\text{K}$. Zemlja se nahaja na oddaljenosti $r=400000\text{km}$ od Lune. ($R_z=6378\text{km}$, $k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$, $f=8.4\text{GHz}$)

$$\Omega_z = \frac{A_z}{r^2} = \frac{\pi R_z^2}{r^2} = 7.93 \cdot 10^{-4} \text{sr} \ll \Omega_A \approx \frac{4\pi}{D}; \quad D = 25\text{dBi} = 316$$

$$T_A = \frac{\Omega_z}{\Omega_A} T_z + \frac{\Omega_n - \Omega_z}{\Omega_A} T_n = \frac{\Omega_z D}{4\pi} T_z + \left(1 - \frac{\Omega_z D}{4\pi}\right) T_n = 0.0201 \cdot T_z + 0.9799 \cdot T_n = 9.15\text{K}$$

5. Izračunajte zmogljivost $C=?$ radijske zveze točka-točka na frekvenci $f=6\text{GHz}$! Radijska zveza je opremljena z antenama z dobitki $G_o=G_s=20\text{dBi}$, ki se nahajata na razdalji $d=100\text{km}$. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=1000\text{K}$, razpoložljiva pasovna širina pa $B=50\text{MHz}$. Oddajnik je opremljen z izhodno stopnjo s presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=10\text{W}$, pri uporabi naj jakost IMD ne preseže vrednosti $a=-70\text{dB}$ glede na koristni signal. ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$, $k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$)

$$a = -70\text{dB} = 10^{-7} = \frac{P_{IMD}}{P_{in}} = \left(\frac{P_{IMD}}{P_{in}}\right)^2; \quad P_s = P_{in} G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 = 5 \cdot 10^{-14} \text{W}; \quad P_n = B k_b T = 6.9 \cdot 10^{-13} \text{W}$$

$$P_{in} = P_{ip3} \sqrt{10^{-7}} = 3.16 \text{mW}; \quad \lambda = \frac{c}{f} = 0.05\text{m}; \quad G_o = G_s = 20\text{dBi} = 100; \quad C = B \log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_n}\right) = 5.05 \text{Mbit/s}$$

1. Izračunajte vsoto vseh deltav=?, potrebnih za prevoz satelita v geostacionarno tirnico! Nosilno raketo izstrelimo iz pomorske ploščadi na ekvatorju, da izkoristimo vrtenje Zemlje in popravki naklona tirnice niso potrebni. ($R_z=6378\text{km}$, $T_z=1436\text{min}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$v_z = \frac{2\pi R_z}{T_z} = 465.1\text{m/s} \quad r_p = R_z = 6378\text{km} \quad \Delta v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} - v_z = 9954.5\text{m/s}$$

$$a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_z}{2\pi} \right)^2} = 42163\text{km} = r_a \quad \Delta v_2 = v_g - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a} \right)} = 1498.5\text{m/s}$$

$$v_g = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = 3074.7\text{m/s} \quad a = \frac{r_a + r_p}{2} = 24270\text{km} \quad \Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = 11453\text{m/s}$$

2. Televizijski satelit oddaja na frekvenci $f=12\text{GHz}$ z efektivno sevano močjo $\text{EIRP}=60\text{dBW}$ (moč oddajnika pomnožena z dobitkom oddajne antene) v smeri sprejemnika na Zemlji. Izračunajte dobitek sprejemne antene $G_s=?$, če na vhodnih sponkah sprejemnika zahtevamo signal jakosti $P_s=-90\text{dBm}$!

($c=3E+8\text{m/s}$) $d=40000\text{km}$ $P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$

$$P_o G_o = +60\text{dBW} = 10^6\text{W}$$

$$P_s = -90\text{dBm} = 10^{-12}\text{W}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.025\text{m} \quad G_s = \frac{P_s}{P_o G_o} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = 404.25 = 26.07\text{dBi}$$

3. Določite smernost $D=?$ (v decibelih) krožne odprtine premera $d=30\lambda$, če jakost polja na površini odprtine linearno upada od največje na sredini odprtine na vrednost nič na robu odprtine! Vse točke odprtine vzbujamo sofazno, napake v fazi zato zanemarimo. ($f=12\text{GHz}$, $c=3E+8\text{m/s}$)

$$E = E_o \left(1 - \frac{r}{r_o} \right); \quad r_o = \frac{d}{2} = 15\lambda = \text{polmer odprtine} \quad \Rightarrow 5922 = 37.72\text{dBi}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_S E_o dA \right|^2}{\int_S |E|^2 dA} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_0^{r_o} E_o \left(1 - \frac{r}{r_o} \right) r dr \right|^2}{\int_0^{r_o} \left| E_o \left(1 - \frac{r}{r_o} \right) \right|^2 r dr} = \frac{8\pi^2 \left| \int_0^{r_o} \left(1 - \frac{r}{r_o} \right) r dr \right|^2}{\lambda^2 \int_0^{r_o} \left(1 - 2\frac{r}{r_o} + \frac{r^2}{r_o^2} \right) r dr} = \frac{8\pi^2 \left(\frac{r_o^2}{6} \right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{r_o^2}{12} \right)} = \frac{8\pi^2}{3} (15)^2 = 5922$$

4. Brezizgubno anteno z dobitkom $G=20\text{dBi}$ usmerimo v Sonce. Izračunajte šumno moč $P_n=?$ na antenskem priključku v pasovni širini $B=4\text{MHz}$, če znaša šumna temperatura Sonca $T_s=1.0E+6\text{K}$ na frekvenci $f=1\text{GHz}$, šumna temperatura neba v ozadju pa $T_n=10\text{K}$! Sonce vidimo kot krožno ploščo pod zornim kotom $\alpha=0.5$ stopinje. ($c=3E+8\text{m/s}$, $k_B=1.38E-23\text{J/K}$)

$$G = 20\text{dBi} = 100 \quad T_A = T_s \frac{\Omega_s}{\Omega_A} + T_n \left(1 - \frac{\Omega_s}{\Omega_A} \right) = 475.96\text{K} + 9.99\text{K} = 485.96\text{K}$$

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{G} = 0.1257\text{srd}$$

$$\Omega_s = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 59.81 \cdot 10^{-6}\text{srd} \quad P_n = B k_B T_A = 2.682 \cdot 10^{-14}\text{W} = -105.72\text{dBm}$$

5. Pri uglasčevanju sprejemnika najdemo v množici signalov dva močna signala frekvencah $f_1=95\text{MHz}$ in $f_2=99\text{MHz}$ ter motnjo na frekvenci $f_m=102\text{MHz}$. Na kateri frekvenci $f_3=?$ oddaja tretji oddajnik, če sklepamo, da je vzrok motnje intermodulacijsko popačenje tretjega reda (IMD3) v vhodnih stopnjah sprejemnika? Poiščite vse rešitve naloge!

IMD3: $f_m = f_A + f_B - f_C$; f_A, f_B, f_C izbiramo med $f_1, f_2, f_3 \rightarrow$ tri možne rešitve:

$$1. \text{ rešitev: } f_m = f_1 + f_2 - f_3 \rightarrow f_3 = f_1 + f_2 - f_m = 92\text{MHz}$$

$$2. \text{ rešitev: } f_m = f_3 + f_1 - f_2 \rightarrow f_3 = f_2 + f_m - f_1 = 106\text{MHz}$$

$$3. \text{ rešitev: } f_m = f_2 + f_3 - f_1 \rightarrow f_3 = f_m + f_1 - f_2 = 98\text{MHz}$$

1. Komunikacijski satelit se nahaja v eliptični tirnici z ekscentričnostjo $e=0.75$ in višino perigeja $h_p=500\text{km}$ nad površino Zemlje. Izračunajte periodo $T=?$ tirnice satelita! Kolikšna je hitrost satelita $v=?$ v perigeju, ko se najbolj približa Zemlji? ($R_z=6378\text{km}$, $T_z=1436\text{min}$, $u=3.986E+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

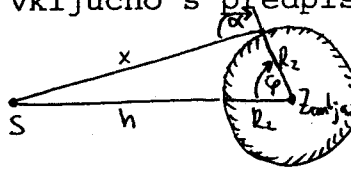
$$r_p = h_p + R_z = a - f = a(1 - e)$$

$$a = \frac{h_p + R_z}{1 - e} = 24512\text{km}$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h_p + R_z} - \frac{1}{a} \right)} = 10071\text{m/s} = 10.071\text{km/s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 45414\text{s} = 12\text{h}36\text{min}54\text{s}$$

2. Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu televizijskega satelita, da bo s svojim signalom na frekvenci $f=12\text{GHz}$ pokril ozemlje s površino $A=20000\text{km}^2$, ki se nahaja na povprečni zemljepisni širini $\phi_i=46$ stopinj! Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici na višini $h=35800\text{km}$ nad ekvatorjem, sprejemniki zahtevajo gostoto pretoka moči vsaj $S=1\text{nW/m}^2$ vključno s predpisano rezervo. ($R_z=6378\text{km}$, $T_z=T=1436\text{min}$)



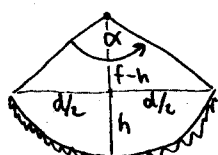
$$x = \sqrt{(h+R_z)^2 + R_z^2 - 2(h+R_z)R_z \cos \phi} = 38025\text{km}$$

$$\frac{x}{\sin \phi} = \frac{h+R_z}{\sin \alpha}$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{h+R_z}{x} \sin \phi \right) = 52.93^\circ$$

$$P_o = SA \cos \alpha = 12.06\text{W}$$

3. Parabolično zrcalo premera $d=1\text{m}$ osvetlimo z žarilcem, ki ima sevalni diagram v obliki stožca s kotom odprtja $\alpha=120$ stopinj na frekvenci $f=15\text{GHz}$. Izračunajte globino zrcala $h=?$ v temenu, če je zrcalo rotacijsko simetrično! Kolikšen je dobitek antene $G=?$ (v dBi), če znaša izkoristek osvetlitve $\eta=80\%$? ($c=3E+8\text{m/s}$)



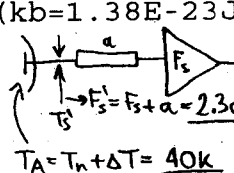
$$\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3} = \frac{d/2}{f-h} = \frac{d/2}{\frac{d^2}{4h} - h} = \frac{8dh}{d^2 - 16h^2}$$

$$G = 10 \log 4\pi \eta \frac{A}{\lambda^2} = 42.95\text{dBi}$$

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2; \lambda = c/f$$

$$f = \frac{d^2}{16h} \rightarrow 16h^2 + \frac{8}{3}dh - d^2 = 0 \rightarrow h = \frac{-\frac{8}{3} + \sqrt{\frac{64}{9} + 64}}{32} \quad d = 0.1443\text{m} = 14.43\text{cm}$$

4. Izračunajte skupno šumno temperaturo sprejemnega sistema $T=?$ Antena je usmerjena v hladno nebo s šumno temperaturo $T_n=10\text{K}$, šumno temperaturo antene dodatno povečajo za $\Delta T=30\text{K}$ stranski snopi, ki vidijo toplo okolico na Zemlji. Sprejemnik ima šumno število $F_s=1.5\text{dB}$ in je povezan do antene s prenosnim vodom na temperaturi okolice $T_v=293\text{K}$ ter vnaša $a=0.8\text{dB}$ izgub. ($k_b=1.38E-23\text{J/K}$, $T_o=293\text{K}$)



$$T_s' = T_o \left(10^{\frac{F_s'}{10}} - 1 \right) = 204.6\text{K}$$

$$T_s = T_n + \Delta T = 40\text{K}$$

$$T = T_A + T_s = 244.6\text{K}$$

5. Enosmerni izvor na satelitu zagotavlja moč $P_{\text{izvor}}=500\text{W}$. Kolikšno izhodno moč $P_o=?$ lahko doseže oddajnik z izhodno stopnjo v razredu "A", če zahtevamo, da so intermodulacijski produkti zadušeni za $a=30\text{dB}$ glede na koristni signal? Izkoristek ojačevalnika znaša $\eta=25\%$ pri $P_{1\text{dB}}$, razmerje $P_{\text{IP3}}/P_{1\text{dB}}=15\text{dB}$.

$$P_{1\text{dB}} = \eta P_{\text{izvor}} = 125\text{W}; P_{\text{IP3}} = P_{1\text{dB}} 10^{\frac{15\text{dB}}{20}} = 3952.8\text{W}$$

$$P_{\text{IP3}} = \frac{P_o}{1000} = \frac{P_o^3}{P_{1\text{dB}}^2} \rightarrow P_o = \frac{P_{\text{IP3}}}{\sqrt{1000}} = 125\text{W}$$

1. V geostacionarni tirnici se nahajata na isti zemljepisni dolžini novi in stari satelit. Novi satelit ima dovolj goriva, da vzdržuje naklon lastne tirnice $i_1=0$. Stari satelit je porabil že vse raketno gorivo za popraviljanje naklona tirnice, zato je naklon njegove tirnice narastel na $i_2=5$ stopinj. Izračunajte medsebojno hitrost satelitov $v=?$ v točki, kjer se tirnici obeh satelitov sekata! ($u=3.986E+14m^3/s^2$, $T_z=1436min$)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_z}{2\pi}\right)^2} = 42163km$$

$$\Delta v = v \cdot 2 \sin(i/2) = 3075m/s \cdot 2 \cdot 0.0436 = 268m/s$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 3075m/s$$



2. Antena je priključena na sprejemnik, ki vsebuje nizkošumni ojačevalnik z ojačenjem $G=50dB$ in šumnim številom $F=2dB$ ter pasovno sito širine $B=5MHz$. S spektralnim analizatorjem izmerimo na izhodu sprejemnika razmerje signal/šum $=35dB$ v pasovni širini medfrekvence spektralnega analizatorja $B_{mf}=100kHz$. Kolikšna je teoretska zmogljivost $C=?$ takšne radijske zveze? ($k_b=1.38E-23J/K$, $T_o=293K$, $T_a=100K$)

$$(S/N)_A = 35dB = 3162$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right) = 5MHz \cdot 6.0055 = 30.03Mbit/s$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \left(\frac{S}{N}\right)_A \frac{B_{mf}}{B} = 3162 \frac{100kHz}{5MHz} = 63.2$$

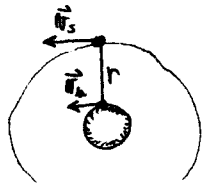
3. Satelit na razdalji $d=40000km$ je opremljen z oddajnikom moči $P_o=40W$ na frekvenci $f=4GHz$ ter oddajno anteno z dobitkom $G_o=30dBi$. Kolikšen mora biti premer $2r=?$ zrcala sprejemne antene z izkoristkom osvetlitve $\eta_a=70\%$, da dobimo v sprejemniku moč $P_s=-90dBm$? ($c=3E+8m/s$)

$$P_s = -90dBm = 10^{-12}W \rightarrow A_{eff} = \frac{P_s}{P_o G_o} 4\pi d^2 = 0.503m^2$$

$$G_o = 30dBi = 1000$$

$$P_s = P_o G_o \frac{A_{eff}}{4\pi d^2} \rightarrow A_{eff} = \eta_a \pi r^2 \rightarrow 2r = 2 \sqrt{\frac{A_{eff}}{\eta_a \pi}} = 0.956m = 95.6cm$$

4. Izračunajte Doppler-jev pomik frekvence $\Delta f=?$ pri sprejemu satelita v idealni geostacionarni tirnici! Zemeljski sprejemnik se nahaja na ekvatorju in na isti zemljepisni dolžini kot satelit, ki oddaja na frekvenci $f_o=8GHz$. ($u=3.986E+14m^3/s^2$, $R_z=6378km$, $T_z=1436min$, $c=3E+8m/s$)



$$\Delta v = \frac{dr}{dt} = 0$$

$$\Delta f = -f_o \frac{\Delta v}{c} = 0$$

5. Sprejemnik s šumno temperaturo $T_s=150K$ in pasovno širino $B=30MHz$ pri osrednji frekvenci nosilca $f_o=12GHz$ je priključen na anteno s šumno temperaturo $T_a=60K$. Izračunajte moč presečne točke tretjega reda $P_{ip3}=?$ na vходу sprejemnika, če sta jakost šuma in intermodulacijskih produktov tretjega reda enaki $P_n=P_{imd3}$ pri vhodnem signalu $P_s=-60dBm$! ($k_b=1.38E-23J/K$, $T_o=293K$, $c=3E+8m/s$) $P_s=-60dBm = 10^{-9}W$

$$P_{imd} = P_n = B k_b (T_a + T_s) = 30MHz \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} J/k \cdot (60K + 150K) = 8.69 \cdot 10^{-14}W$$

$$P_{imd} = \frac{P_s^3}{P_{ip3}^2} \rightarrow P_{ip3} = \sqrt{\frac{P_s^3}{P_{imd}}} = 1.07 \cdot 10^{-4}W = 107nW = -39.4dBm$$

=====

1. Telekomunikacijski satelit se nahaja v eliptični tirnici s periodo $T=24\text{h}$. Izračunajte ekscentričnost tirnice $e=?$ in višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če znaša višina perigeja $h_p=1000\text{km}$! ($R_z=6378\text{km}$, $T_z=1436\text{min}$, $\mu=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{42241\text{km}} \quad 2a = h_a + h_p + 2R_z \Rightarrow h_a = 2a - 2R_z - h_p = \underline{70726\text{km}}$$

$$h_p + R_z = a - f = a(1-e) \Rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_z}{a} = \underline{0.825}$$

2. Izračunajte domet $d=?$ med dvema ročnima radijskima postajama v praznem prostoru, ki delata na frekvenci $f=150\text{MHz}$! Radijski postaji sta opremljeni z antenama z dobitkom $G=2\text{dBi}$, oddajnikoma moči $P_o=5\text{W}$ ter sprejemnikoma z občutljivostjo $U_{\text{min}}=0.2\mu\text{V}_{\text{eff}}$ (na impedanci $Z_k=50\text{ohm}$). ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$P_s = \frac{U_{\text{min}}^2}{Z_k} = \underline{8 \cdot 10^{-16}\text{W}} \quad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2\text{m}} \quad G = 2\text{dBi} = \underline{1.585}$$

$$P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4\pi} G \sqrt{\frac{P_o}{P_s}} = \underline{19942\text{km}}$$

3. Določite premer rotacijsko simetričnega paraboličnega zrcala $d=?$ in njegovo globino $h=?$, da z njim izdelamo usmerjeno anteno z dobitkom $G=40\text{dBi}$ na frekvenci $f=4\text{GHz}$.

Razpoložljivi žarilec omogoča izkoristek osvetlitve $\eta=70\%$ pri razmerju $f/d=0.4$. Napake površine zrcala vnašajo dodatno izgubo $a=1\text{dB}$. ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{7.5\text{cm}} \quad G = 40\text{dBi} = \underline{10^4} \quad a = 1\text{dB} = \underline{1.259} \quad f = d \cdot \left(\frac{f}{d}\right) = \underline{1.28\text{m}}$$

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{G_a}{\eta} = \underline{8.05\text{m}^2} \quad d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = \underline{3.2\text{m}} \quad h = \frac{d^2}{16f} = \underline{0.5\text{m}}$$

4. Oddajnik na satelitu je opremljen z linearno polarizirano anteno, ki omogoča zmogljivost zveze $C=50\text{kbit/s}$ v pasovni širini $B=30\text{kHz}$. Na kakšno vrednost upade zmogljivost zveze $C'=?$, ko zaradi zasuka satelita kot med polarizacijo oddajnika in linearno polarizirano sprejemno anteno naraste na $\alpha=60\text{stopinj}$? Zmogljivost omejuje toplotni šum sprejemnika.

$$C = B \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N}\right)\right) \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right) = 2^{\frac{C}{B}} - 1 = \underline{2.175}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)' = \left(\frac{S}{N}\right) \cos^2 \alpha = \underline{0.544} \quad C' = B \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N}\right)'\right) = \underline{18.8\text{kbit/s}}$$

5. Dva enaka ojačevalnika s šumnim številom $F_o=3\text{dB}$ in ojačenjem $G_o=25\text{dB}$ vežemo vzporedno, da zmanjšamo intermodulacijsko popačenje. Izračunajte šumno število $F=?$ in ojačenje $G=?$ takšne vezave, če vzporedno vezavo izvedemo z brezizgubnimi vezji za prilagoditev impedance!

$$F = F_o = \underline{3\text{dB}}; \quad G = G_o = \underline{25\text{dB}}$$

1. Space shuttle pripelje koristni tovor (satelit GPS) v krožnico na $h=300\text{km}$ nad zemeljsko površino. Izračunajte potrebne spremembe hitrosti $\Delta v=?$, da satelit pripeljemo v krožnico na višini $h'=20400\text{km}$! Spremembe naklona tirnice niso potrebne. ($R_z=6378\text{km}$, $u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$, $T_z=1436\text{min}$)

$$r_1 = R_z + h = 6678\text{km} \quad v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} = 7726\text{m/s} \quad \Delta v_1 = v_p - v_1 = 2049\text{m/s}$$

$$r_2 = R_z + h' = 26778\text{km} \quad v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = 3858\text{m/s} \quad \Delta v_2 = v_2 - v_a = 1420\text{m/s}$$

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = 16728\text{km}$$

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)} = 9775\text{m/s} \quad v_a = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)} = 2438\text{m/s}$$

2. Zemeljska postaja uporablja dve enaki anteni za oddajo in sprejem signalov v frekvenčnem pasu $f=12\text{GHz}$ z dobitkom $G=40\text{dBi}$ in slabljenjem neželenih stranskih snopov $a=50\text{dB}$ glede na glavni snop. Izračunajte jakost motnje $P_m=?$ na vходу sprejemnika zaradi lastnega oddajnika moči $P_o=10\text{W}$, če znaša bočna razdalja med sprejemno in oddajno anteno $d=10\text{m}$ ter sta obe anteni usmerjeni v satelit na nebu! ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$G = 40\text{dBi} = 10^4$$

$$a = 50\text{dB} = 10^5$$

$$P_m = P_o \left(\frac{G}{a} \right) \left(\frac{G}{a} \right) \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = 3.96\text{nW} = -54\text{dBm}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 2.5\text{cm}$$

3. Piramidni lijak ima pravokotno odprtino s stranicama $a=30\text{cm}$ in $b=20\text{cm}$. Lijak vzbujaemo z osnovnim rodом TE₀₁ v pravokotnem valovodu, napaka faze je na frekvenci $f=4\text{GHz}$ zanemarljiva. Kako veliko zrcalno anteno (polmer zrcala $r=?$) potrebujemo, da dosežemo isti dobitok G ? Izkoristek osvetlitve zrcala znaša $\eta=60\%$ pri isti frekvenci. ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$\text{lijak TE}_{01}: A_{\text{eff}} = \frac{8}{\pi^2} ab = 0.0486\text{m}^2$$

$$\text{zrcalo: } A_{\text{eff}} = \pi r^2 \eta \rightarrow r = \sqrt{\frac{A_{\text{eff}}}{\pi \eta}} = 0.16\text{m} = 16\text{cm}$$

4. Radijski sprejemnik z velikim številom enakih ojačevalnih stopenj ima izmerjeno skupno šumno število $F_s=4\text{dB}$. Izračunajte šumno število posamezne ojačevalne stopnje $F=?$ (v decibelih), če znaša ojačenje posamezne stopnje $G=7\text{dB}$! ($k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$, $T_o=293\text{K}$, $B=1\text{MHz}$)

$$F_s = 4\text{dB} = 2.5 \quad F_s = \frac{F-1}{1-1/G} + 1 \rightarrow F = (F_s-1) \left(1 - \frac{1}{G} \right) + 1 = 2.2 = 3.42\text{dB}$$

$$G = 7\text{dB} = 5$$

5. Telemetrijski oddajnik moči $P_o=1\text{W}$ na frekvenci $f=2.2\text{GHz}$ je priključen na neusmerjeno anteno ($G_o=1$) na krovu satelita. Satelit se nahaja na razdalji $d=5000\text{km}$ od zemeljske sprejemne postaje z anteno z dobitkom $G_s=30\text{dBi}$ in skupno šumno temperaturo antene in sprejemnika $T=300\text{K}$. Izračunajte zmogljivost zveze $C=?$, če znaša izguba demodulatorja $a=10\text{dB}$! ($k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K}$, $c=3\text{E}+8\text{m/s}$, $T_o=293\text{K}$) $\lambda = \frac{c}{f} = 13.6\text{cm}$

$$G_s = 30\text{dBi} = 1000 \quad P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = 4.71 \cdot 10^{-15}\text{W}$$

$$a = 10\text{dB} = 10 \quad C = \frac{1}{a} \frac{P_s}{k_b T \ln 2} = 164.1\text{kbit/s}$$

1. Določite Kepler-jeve elemente tirnice satelita (a, e, i, mali in veliki omega ter M), ki se je ob danem času nahajal h=200km nad ekvatorjem na osi Y mirujočega koordinatnega sistema! Vektor hitrosti satelita je takrat znašal vx=vy=0 in vz=-9.5km/s. (u=3.986E+14m³/s², Rz=6378km, Tz=1436min)

$$W = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{\mu m}{r} = -\frac{\mu m}{2a} \quad \vec{v} \perp \vec{r} \text{ in } a > r \rightarrow \text{perigej } M=0 \quad r_p = r$$

$$|\vec{v}| = 9.5 \text{ km/s} \quad r = h + R_z = 6578 \text{ km} \quad f = ae \quad a = f + r \rightarrow e = 1 - \frac{r}{a} = 0.489$$

$$a = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}} = 12822 \text{ km} \quad \vec{v} = -\vec{i}_z |\vec{v}| \rightarrow i = 90^\circ \quad \vec{n} \text{ v smer } +z \text{ pri } \Omega = 270^\circ$$

zasukati za $\omega = 180^\circ$

2. Izračunajte smernost antene D=? na krovu satelita, ki naj osvetli področje s površino Ag=100000km² na Zemlji na povprečni oddaljenosti d=40000km! Satelitski signal vpada pod kotom theta=45stopinj na površino Zemlje. Kako veliko anteno Ao=? potrebujemo na krovu satelita pri frekvenci f=12GHz?

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} \quad \Omega = \frac{A_g \cos \theta}{d^2} \quad \lambda = \frac{c}{f} = 2.5 \text{ cm} \quad D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$D = \frac{4\pi d^2}{A_g \cos \theta} = 284345 = 54.5 \text{ dBi} \quad A = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = 14.1 \text{ m}^2$$

3. V frekvenčnem pasu f=2.8GHz seva Sonce nepolariziran šum s spektralno gostoto dS/df=3.0E-19W/m²/Hz. Izračunajte povečanje šumne moči Pn=? na vходу sprejemnika s pasovno širino B=4MHz, ko anteno premera 2r=1m zasukamo iz hladnega neba v Sonce! Izkoristek osvetlitve antenske odprtine znaša eta=70%, antena sprejema eno samo polarizacijo. Sevanje hladnega neba zanemarimo. (c=3E+8m/s, kb=1.38E-23J/K)

$$P_n = \frac{1}{2} \frac{dS}{df} B A \eta = \frac{1}{2} \frac{dS}{df} B \pi r^2 \eta = 3.3 \cdot 10^{-13} \text{ W} = 0.33 \mu\text{W} = -94.8 \text{ dBm}$$

ena sama polarizacije

4. MMIC ojačevalnik ima šumno število F=5dB, ojačenje G=10dB in presečno točko tretjega reda Pip3=+20dBm. Izračunajte šumno število F'=?, ojačenje G'=? in moč presečne točke Pip3'=? vzporedne vezave štirih takšnih ojačevalnikov ob uporabi brezizgubnih transformatorjev za prilagoditev impedance na vrodu in izhodu vezja!

$$F' = F = 5 \text{ dB} \quad P_{IP3}' = 4 P_{IP3}$$

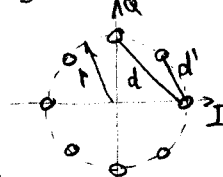
$$G' = G = 10 \text{ dB} \quad P_{IP3 \text{ dBm}}' = P_{IP3 \text{ dBm}} + 6 \text{ dB} = 26 \text{ dBm}$$

5. Zmogljivost številске radijske zveze povečamo tako, da zamenjamo (simetrično) QPSK modulacijo s simetrično 8-PSK modulacijo. Izračunajte zmogljivost nove zveze C'=? in potrebno moč oddajnika Po'=?, če je imela stara zveza zmogljivost C=128kbit/s z močjo oddajnika Po=15W. Hitrost oddaje znakov R in pogostnost napak Pn naj ostaneta nespremenjeni!

QPSK: $\frac{C}{R} = 2 \text{ bita}$

8-PSK: $\frac{C'}{R} = 3 \text{ bite}$

$C' = \frac{3}{2} C = 192 \text{ kbit/s}$



$$P_o' = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 P_o = \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 22.5^\circ}\right)^2 P_o = 51.2 \text{ W}$$

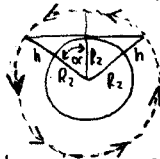
$$d = 2r \sin 45^\circ$$

$$d' = 2r \sin 22.5^\circ$$

1. Satelit se nahaja v krožni ($e=0$), ekvatorialni ($i=0$) tirnici na višini $h=800\text{km}$ nad površino Zemlje. Izračunajte čas trajanja radijske zveze $t=?$ s sprejemno postajo na ekvatorju za celoten prelet satelita od obzorja do obzorja! Lom radijskih valov v ozračju zanemarimo. ($u=3.986\text{E}+14\text{m}^3/\text{s}^2$ $R_z=6378\text{km}$, $T_z=1436\text{min}$) $\alpha = \arccos \frac{R_z}{R_z+h} = 27.3^\circ = 0.477\text{rd}$

$$a = h + R_z = 4178\text{km}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 6052\text{s} = 100.9\text{min}$$



$$t = \frac{2\alpha}{\omega_s - \omega_z} = \frac{2\alpha}{\frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T_z}}$$

$$t = \frac{\alpha/\pi}{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_z}\right)} = 16.46\text{min} = 16\text{min } 28\text{s} = 988\text{s}$$

2. Satelit v bližini Zemlje je opremljen s fotovoltaičnimi paneli s skupno površino $A=20\text{m}^2$, ki dajejo $P_e=5\text{kW}$ električne moči porabnikom na krovu satelita. Izkoristek pretvorbe sončne svetlobe v enosmerno električno moč ocenjujemo na $\eta=18\%$. Koikšna je celotna svetlobna moč $P_s=?$, ki jo izseva Sonce, če znaša razdalja Zemlja-Sonce $d=150\text{E}+6\text{km}$? ($c=3\text{E}+8\text{m/s}$)

$$S = \frac{P}{A} = \frac{P_e}{\eta A} = 1389\text{W/m}^2$$

$$S = \frac{P_s}{4\pi d^2} \rightarrow P_s = 4\pi d^2 S = 3.93 \cdot 10^{26}\text{W}$$

3. Satelit je opremljen s skupino $N=32$ enakih anten. Vsaka antena ima lasten oddajnik in fazni sukalnik, kar omogoča elektronsko odklanjanje glavnega snopa sevanja. Uporabnik zahteva skupno efektivno izotropno sevano moč $\text{EIRP}=45\text{dBW}$. Izračunajte moč posameznega oddajnika $P_o=?$ (W), če znaša dobitok posamične antene $G=15\text{dBi}$ in je medsebojni vpliv med antenami v skupini zanemarljivo majhen! ($f=2.5\text{GHz}$)

$$\text{EIRP} = 45\text{dBW} = 31.6\text{kW}$$

$$\text{EIRP} = (NG)(NP_o)$$

$$G = 15\text{dBi} = 31.6$$

$$P_o = \frac{\text{EIRP}}{GN^2} = 0.977\text{W}$$

4. Izračunajte šumno temperaturo celotnega sistema $T=?$, ko je snop sevanja antene usmerjen na satelit tik nad obzorjem! Sprejemnik ima šumno število $F_s=1.5\text{dB}$, šumna temperatura neba znaša $T_n=20\text{K}$, šumna temperatura tal pa je enaka referenčni temperaturi $T_o=293\text{K}$. Glavni snop antene je rotacijsko simetričen, stranske snope zanemarimo.

$$(k_b=1.38\text{E}-23\text{J/K})$$

$$F_s = 10 \log_{10} \left(\frac{T_s}{T_o} + 1 \right) \rightarrow T_s = T_o \left(10^{\frac{F_s}{10}} - 1 \right) = 120.9\text{K}$$

$$T_A = \frac{T_n + T_o}{2} = 156.5\text{K}$$

$$T = T_A + T_s = 277.4\text{K}$$

5. Radijska zveza preko satelita ima zmogljivost $C=100\text{Mbit/s}$ pri uporabi pretvornika s pasovno širino $B=36\text{MHz}$. Kolikšno najvejšjo zmogljivost $C'=?$ lahko dosežemo z večanjem pasovne širine proti neskončnosti, pri nespremenjeni moči oddajnika (P_o) na krovu satelita in enako dobrem sprejemniku na Zemlji?

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_o}{B N_o} \right) \rightarrow P_o / N_o = B \left(2^{C/B} - 1 \right)$$

$$C' = \frac{P_o}{N_o \ln 2} = \frac{B}{\ln 2} \left(2^{C/B} - 1 \right) = 304.2\text{Mbit/s}$$