

Ljubljana, 2012

ZBIRKA REŠENIH NALOG IZ
SATELITSKIH KOMUNIKACIJ

Laboratorij za sevanje in optiko

Boštjan Batagelj
bostjan.batagelj@fe.uni-lj.si

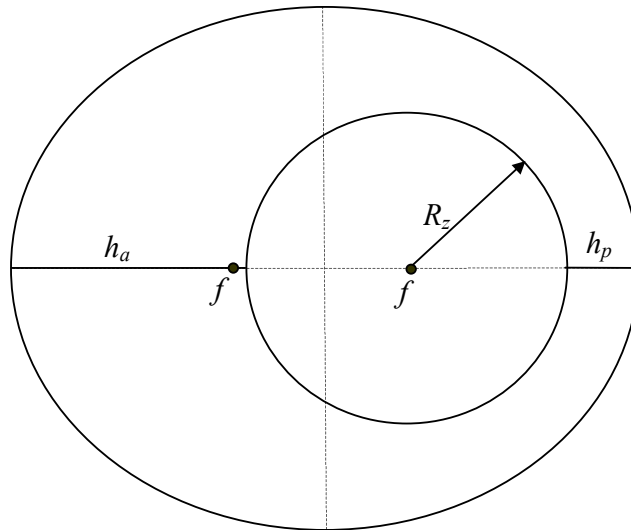
KAZALO VSEBINE

1. Nebesna mehanika	str. 1
2. Prevoz satelita v tirnico in spreminjanje tirnice	str. 4
3. Motnje tirnic in popravki	str. 16
4. Toplotno ravnovesje satelita	str. 24
5. Radijska zveza	str. 25
6. Pokritost	str. 32
7. Antene	str. 40
8. Šumna temperatura in šumno število	str. 51
9. Intermodulacijski produkti	str. 60
10. Zmogljivost zveze	str. 67
9. Spektralna učinkovitost	str. 78
10. Modulacija	str. 79
11. Dopplerjev pojav	str. 81

1. NEBESNA MEHANIKA

(V/21/9/99/1)

Izračunajte periodo T tirnice umetnega Zemljinega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500$ km nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500$ km nad zemeljsko površino. Kolikšna je hitrost satelita v apogeju? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)



$$r_a = h_a + R_Z = \underline{7878 \text{ km}}$$

$$r_p = h_p + R_Z = \underline{6878 \text{ km}}$$

velika polos elipse znaša $a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{7378 \text{ km}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{\underline{6307 \text{ s} = 105 \text{ min } 7 \text{ s}}}$$

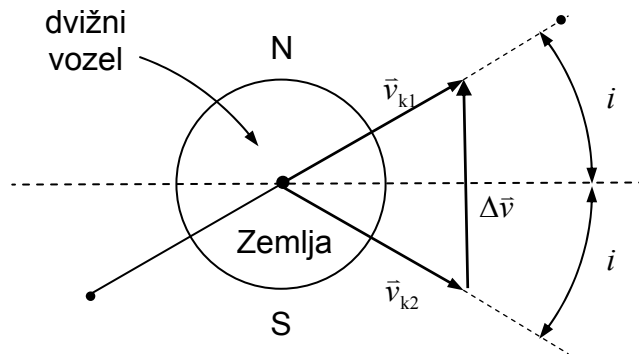
$$W = -\frac{\mu m}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\mu}{r} \cdot m$$

Hitrost satelita v apogeju se izračuna po izrazu

$$v_a = \sqrt{\mu \cdot \left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{\underline{6,87 \text{ km/s}}}$$

(U/16/9/09)

Sateliti Iridium se nahaja v krožnicah na višini $h=780$ km nad površino Zemlje z naklonom $i=86,3^\circ$. Izračunajte medsebojno hitrost v , s katero se srečata dva satelita Iridium nad ekvatorjem! Tirnici obeh satelitov se razlikujeta v rektascenziji dvižnega vozla za $\Delta\Omega=180^\circ$. ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986\cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$r_k = h + R_Z = \underline{7158 \text{ km}}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{\mu}{a_k}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{7158 \text{ km}}} = \underline{7462 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = 2v_k \cdot \sin(i) = \underline{14893 \text{ m/s}}$$

(V/14/7/05/1)

Telekomunikacijski satelit se nahaja v eliptični tirnici s periodo $T=24$ h. Izračunajte ekscentričnost tirnice $e=?$ in višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če znaša višina perigeja $h_p=1000$ km. ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986\cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \underline{42241 \text{ km}}$$

$$h_p + R_Z = a - f = a(1 - e) \Rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = \underline{0,825}$$

$$2a = h_a + h_p + 2R_Z \Rightarrow h_a = 2a - 2R_Z - h_p = \underline{70726 \text{ km}}$$

(V/30/9/04/1)

Komunikacijski satelit v eliptični tirnici z ekscentričnostjo $e=0,75$ in višino perigeja $h_p=500$ km nad površino Zemlje. Izračunajte periodo $T=?$ tirnice satelita. Kolikšna je hitrost satelita $v=?$ v perigeju, ko se najbolj približa Zemlji? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$r_p = h_p + R_Z = a - f = a(1 - e)$$

$$a = \frac{h_p + R_Z}{1 - e} = \underline{27512 \text{ km}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{\underline{45414 \text{ s} = 12 \text{ h } 36 \text{ min } 54 \text{ s}}}$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h_p + R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{2}{6878 \text{ km}} - \frac{1}{27512 \text{ km}} \right)} = \underline{\underline{10071 \text{ m/s} = 10,071 \text{ km/s}}}$$

(U/14/7/05/4)

Hitrost satelita v perigeju v_p je za 10% večja od hitrosti satelita v apogeju v_a ($v_p = 110\% \cdot v_a$). Izračunajte periodo T tirnice satelita, veliko polos a , in ekscentričnost e , če znaša višina perigeja $h_p=500$ km nad zemeljsko površino! ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$r_p = h_p + R_Z = 6878 \text{ km}$$

$$\text{II. K.z.:} \quad r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a \rightarrow r_a = r_p \cdot \frac{v_p}{v_a} = r_p \cdot 1,1 = 7566 \text{ km}$$

$$a = \frac{1}{2}(r_p + r_a) = \underline{7222 \text{ km}}$$

$$r_p = a - f = a(1 - e) \rightarrow e = \left(1 - \frac{r_p}{a} \right) = \underline{\underline{0,048}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{\underline{6108 \text{ s} = 1 \text{ h } 41 \text{ min } 48 \text{ s}}}$$

2. PREVOZI SATELITA V TIRNICO IN SPREMINJANJE TIRNICE

(U/24/06/10/4)

Izračunajte potrebni spremembi hitrosti $\Delta v_1=?$ in $\Delta v_2=?$ Za prevoz navigacijskega satelita GPS v dokončno krožnico na višini $h=20000$ km nad zemeljsko površino z naklonom $i=55^\circ$. Izračun poenostavimo kot preprost Hohmann-ov prenos: vrtenje Zemlje in trenje v ozračju zanemarimo. ($\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $R_Z=6378$ km)

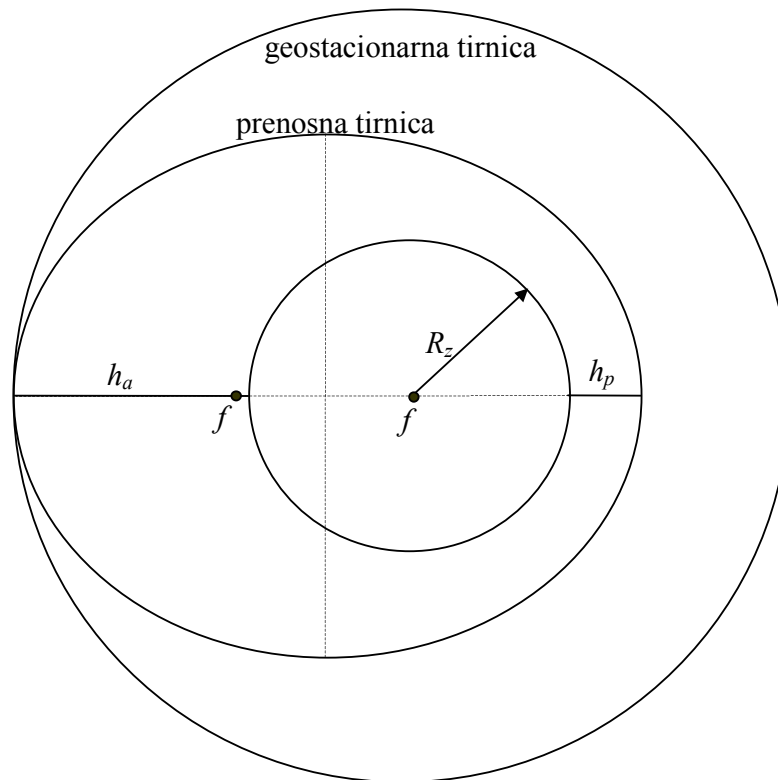
$$a = \frac{1}{2} \cdot (R_Z + (R_Z + h)) = \underline{16378 \text{ km}}$$

$$\Delta v_1 = v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{\underline{10033 \text{ m/s}}}$$

$$\Delta v_2 = v_k - v_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z + h}} - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z + h} - \frac{1}{a} \right)} = 3887 \text{ m/s} - 2426 \text{ m/s} = \underline{\underline{1461 \text{ m/s}}}$$

(V/7/4/00/1)

Raketa pripelje komunikacijski satelit v prenosno tirnico s perigejem tik nad zemeljskim ozračjem ($h_p=200$ km, $R_Z=6378$ km) in apogejem, ki se dotika geostacionarne tirnice ($h_a=35800$ km). Določite spremembo hitrosti $\Delta v=?$, ki jo mora zagotoviti motor na krovu satelita za prenos v dokončno geostacionarno tirnico, če popravek naklona ni potreben. ($\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$a = \frac{h_p + h_a + 2R_Z}{2} = \underline{24378 \text{ km}}$$

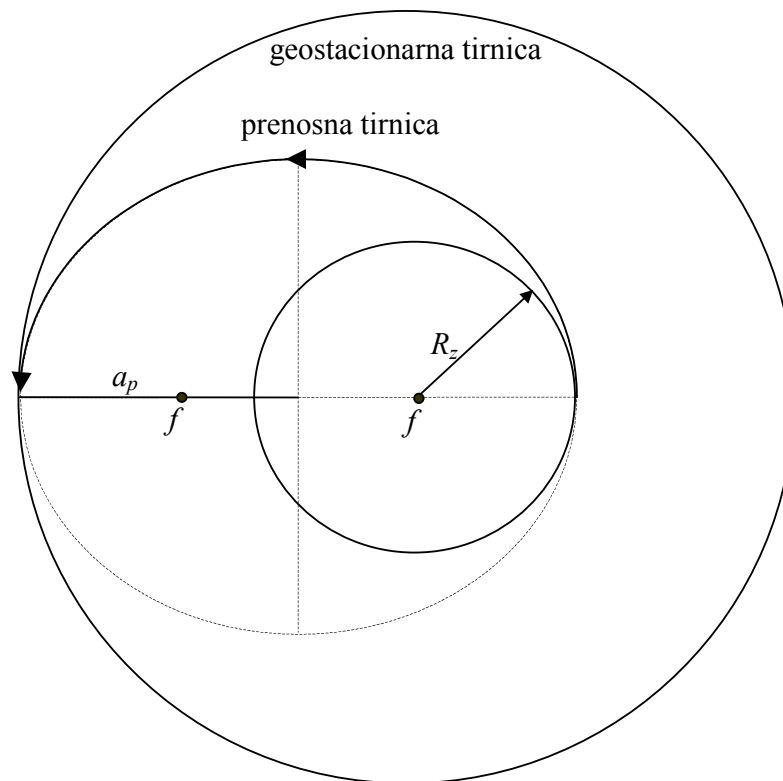
$$v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h_a + R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{1597 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{h_a + R_Z}} = \underline{3074 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \underline{\underline{1477 \text{ m/s}}}$$

(V/28/6/00/1)

Koliko časa $t=?$ poteče od izstrelitve satelita na Zemlji do vtirjenja v geostacionarno tirnico? Pri izračunu upoštevamo, da je čas delovanja raketnih motorjev zelo kratek, in opravimo prevoz satelita z dvema (skoraj) diskretnima sunkoma sile ter, zaradi varčevanja z raketnim gorivom, satelit izstrelimo z ekvatorja. ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a_g = \sqrt[3]{\left(\frac{T_Z}{2\pi}\right)^2 \cdot \mu} = \underline{42163 \text{ km}}$$

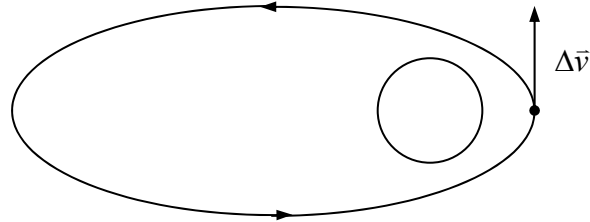
$$a_p = \frac{a_g + R_Z}{2} = \underline{24270,5 \text{ km}}$$

$$T_p = 2\pi\sqrt{\frac{a_p^3}{\mu}} = \underline{37629 \text{ s}}$$

$$\Delta t = \frac{1}{2}T_p = 18815 \text{ s} = \underline{\underline{5 \text{ h } 13' 35''}}$$

(V/23/2/01/1)

Satelit se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200$ km in višino apogeja $h_a=36000$ km nad zemeljsko površino. Izračunajte najmanjšo potrebno spremembo hitrosti $\Delta v=?$, da satelit ubeži težnostnemu polju Zemlje. Kje moramo vključiti raketni motor in kam mora biti usmerjena šoba? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Motor vključimo v perigeju, pospešek v smeri gibanja.

$$a_1 = \frac{1}{2}(h_a + h_p + 2R_Z) = \underline{24478 \text{ km}}$$

$$\underline{a_2 = \infty}$$

$$r_p = h_p + R_Z = 200 \text{ km} + 6378 \text{ km} = 6578 \text{ km}$$

$$v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a_1} \right)} = \underline{10243 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a_2} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_p}} = \underline{11009 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \underline{766 \text{ m/s}}$$

(V/6/6/01/1)

Komunikacijski satelit izstrelimo v geostacionarno tirnico s pomočjo dveh časovno in prostorsko ločenih sunkov sile. Izračunajte osnovne veličine prenosne tirnice: veliko polos $a=?$ in ekscentričnost $e=?$. Koliko časa $t=?$ poteče od izstrelitve do dokončnega vtirjenja satelita? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \Rightarrow a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_Z}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

$$a = \frac{1}{2}(a_g + R_Z) = \underline{24270,5 \text{ km}}$$

$$R_Z = a - f = a - ae = a(1 - e) \Rightarrow e = 1 - \frac{R_Z}{a} = \underline{0,737}$$

$$t = \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{18815 \text{ s} = 5 \text{ h } 13 \text{ min } 35 \text{ s}}$$

(V/19/10/01/1)

Komunikacijski satelit s suho maso (brez goriva) $m_t=1500$ kg ima na krovu še $m_g=1000$ kg dvokomponentnega goriva. Koliko goriva $m'_g=?$ ostane na krovu satelita kot zaloga za manjše popravke tirnice, če glavino potiska motorja z $I_{sp}=300$ s uporabimo za premik satelita iz prenosne v dokončno geostacionarno tirnico, ki zahteva $\Delta v=1,5$ km/s? ($g=9,81$ m/s²)

$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{2943 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = v_i \ln \frac{m_g + m_t}{m'_g + m_t}$$

$$m'_g = (m_g + m_t) \cdot e^{-\frac{\Delta v}{v_i}} - m_t = 2500 \text{ kg} \cdot e^{-\frac{1500}{2943}} - 1500 \text{ kg} = \underline{\underline{1,713 \text{ kg}}}$$

(U/31/1/08/4)

Geostacionarni satelit s suho maso (brez goriva) $m_t=2000$ kg ima na krovu $m_g=300$ kg hidrazina z $I_{sp}=220$ s. Izračunajte življenjsko dobo satelita $t=?$, če popravek naklona tirnice zaradi težnosti Sonca in Lune zahteva $\Delta v=50$ m/s letno! ($g=9,81$ m/s²)

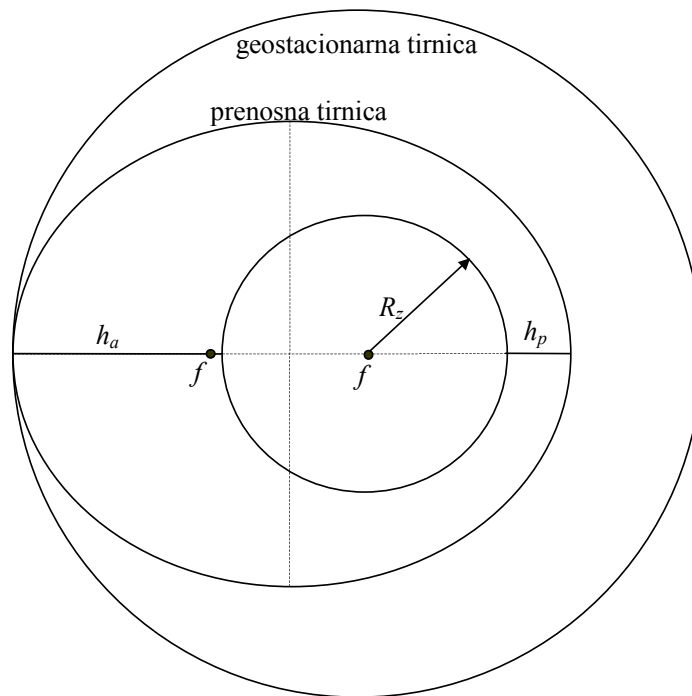
$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{2158 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v_{\text{tot}} = v_i \ln \left(1 + \frac{m_g}{m_t} \right) = \underline{301,6 \text{ m/s}}$$

$$t = \frac{\Delta v_{\text{tot}}}{\Delta v_{\text{letni}}} = \frac{301,6 \text{ m/s}}{50 \text{ m/s /leto}} = \underline{\underline{6,033 \text{ let}}}$$

(V/25/10/02/1)

Telekomunikacijski satelit se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=400$ km in apogejem, ki se dotika geostacionarne tirnice. Izračunajte potrebno količino raketnega goriva $m_g=?$ s specifičnim impulzom $I_{sp}=250$ s za prenos v dokončno geostacionarno tirnico ($T=T_Z=1436$ min), če znaša masa satelita $m_t=1000$ kg in popravek naklona ni potreben. ($g=9,81$ m/s², $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$a_g = \sqrt[3]{\frac{\mu T_Z^2}{(2\pi)^2}} = \underline{42163 \text{ km}}$$

$$a_p = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{a_g + h_p + R_Z}{2} = \underline{24470 \text{ km}}$$

$$v_a = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{a_g} - \frac{1}{a_p} \right)} = \underline{1618 \text{ m/s}}$$

$$v_g = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = \underline{3075 \text{ m/s}}$$

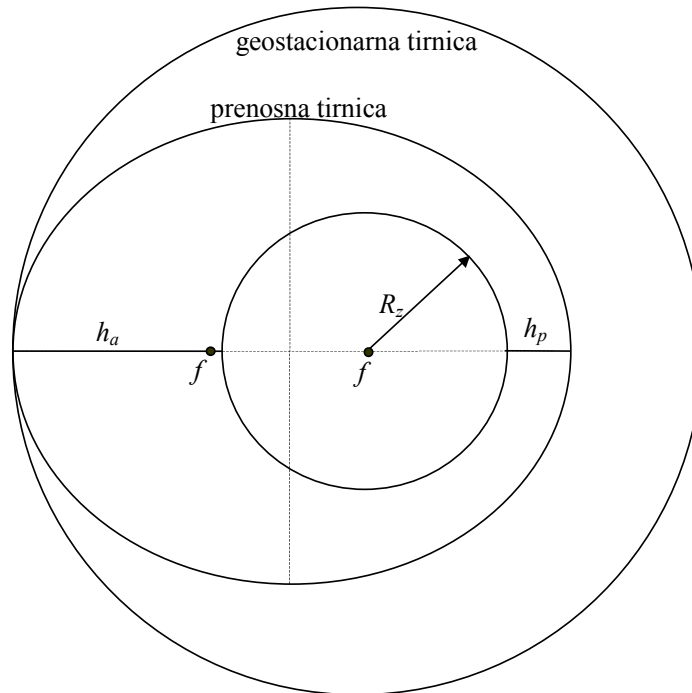
$$\Delta v = v_g - v_a = \underline{1457 \text{ m/s}}$$

$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{2453 \text{ m/s}}$$

$$m_g = m_t \left(e^{\frac{\Delta v}{v_i}} - 1 \right) = \underline{\underline{811 \text{ kg}}}$$

(V/25/2/03/1)

Satelit z maso $m=1000$ kg se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200$ km in višino apogeja $h_a=35800$ km. Kolikšna je sprememba energije satelita $\Delta W=?$, ko z raketnim motorjem požene satelit v krožnico na višini $h=35800$ km? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Velika polos elipse za prenosno tirnico znaša $a_p = \frac{h_a + R_Z + h_p + R_Z}{2} = \underline{24378 \text{ km}}$

Velika polos za geostacionarno tirnico znaša $a_g = h_a + R_Z = \underline{42178 \text{ km}}$

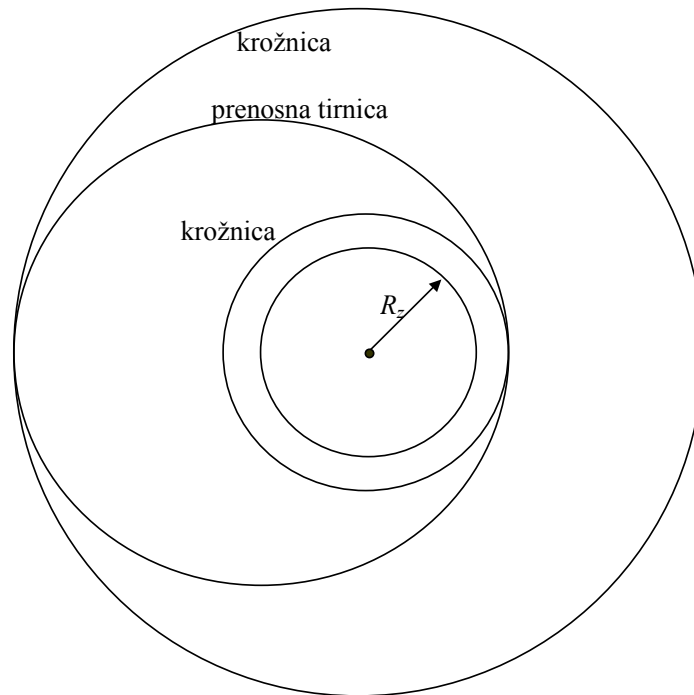
Energija satelita na prenosni tirnici znaša $W_p = -\frac{\mu m}{2a_p} = \underline{-8,18 \text{ GJ}}$

Energija satelita na geostacionarni tirnici znaša $W_g = -\frac{\mu m}{2a_g} = \underline{-4,73 \text{ GJ}}$

Sprememba energije satelita $\Delta W = W_g - W_p = \underline{\underline{+3,45 \text{ GJ}}}$

(V/24/6/03/1)

Vesoljska ladja leti v krožnici na višini $h=400$ km nad zemeljsko površino z naklonom $i=50^\circ$. Kolikšna je potrebna sprememba hitrosti $\Delta v=?$, da ladja zniža perigej svoje tirnice na $h_p=100$ km, kjer trenje z zemeljskim ozračjem omogoči nadaljnje zaviranje in pristonek? Za koliko kilometrov $d=?$ se premakne mesto pristanka, če vesoljska ladja vključi raketni motor za $\Delta t=10$ s prepozno? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{h + R_Z}} = \underline{7669 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h + R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{7581 \text{ m/s}}$$

$$d = v_1 \cdot \frac{R_Z}{h + R_Z} \cdot \Delta t = \underline{\underline{72,16 \text{ km}}}$$

$$a = \frac{h + h_p + 2R_Z}{2} = \underline{6628 \text{ km}}$$

$$\Delta v = v_1 - v_2 = \underline{\underline{87,27 \text{ m/s}}}$$

(V/17/9/03/1)

Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da koristni tovor ubeži težnostnemu polju Zemlje. Raketo izstrelimo na ekvatorju in kar se da izkoristimo vrtenje Zemlje, da zmanjšamo potrebni Δv rakete. ($T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$a = \infty$$

$$r_p = R_Z = 6378 \text{ km}$$

Hitrost zemlje znaša $v_Z = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} = 465 \text{ m/s}$

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_Z}} = 11180 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_p - v_Z = 10715 \text{ m/s}$$

(V/26/1/04/1)

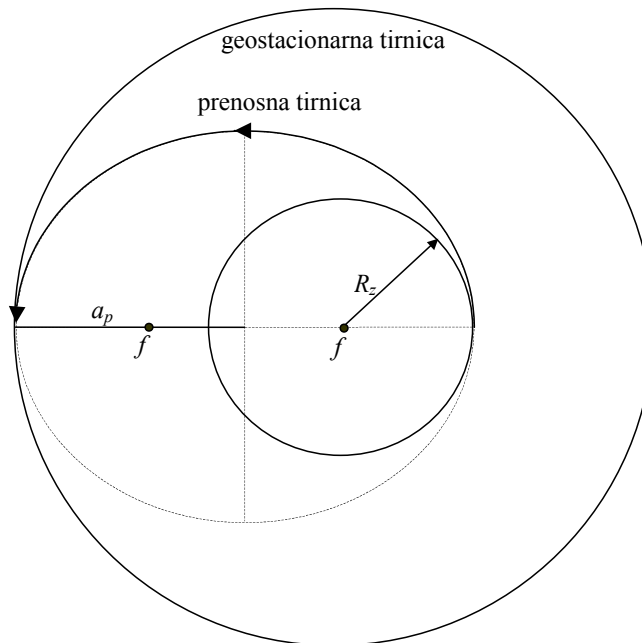
Določite življenjsko dobo $t = ?$ satelita v geostacionarni tirnici, če popravki naklona tirnice v smeri sever–jug in popravki položaja vzhod–zahod skupno zahtevajo v enem letu $\Delta v = 45$ m/s? Celotna masa satelita na začetku delovanja znaša $m = 1000$ kg, od tega odpade $m_g = 80$ kg na zalogo hidrazina N₂H₄. Uporabljeni raketni motorji imajo hitrost izpuha $v_i = 2,2$ km/s. ($T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$\Delta v_c = v_i \ln \frac{m}{m - m_g} = 2,2 \text{ km/s} \cdot \ln \frac{1000 \text{ kg}}{920 \text{ kg}} = 183,44 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{\Delta v_c}{\frac{\Delta v}{\Delta t}} = \frac{183,44 \text{ m/s}}{45 \text{ m/s}} \cdot 1 \text{ leto} = 4,076 \text{ let} = 4 \text{ leta } 28 \text{ dni}$$

(V/24/6/04/1)

Izračunajte vsoto vseh $\Delta v = ?$, potrebnih za prevoz satelita v geostacionarno tirnico. Nosilno raketo izstrelimo iz pomorske ploščadi na ekvatorju, da izkoristimo vrtenje Zemlje in popravki naklona tirnice niso potrebni. ($T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)



$$v_Z = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} = \underline{465,1 \text{ m/s}}$$

$$r_p = R_Z = \underline{6378 \text{ km}}$$

$$a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_Z}{2\pi} \right)^2} = \underline{42163 \text{ km} = r_a}$$

$$v_g = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = \underline{3074,7 \text{ m/s}}$$

$$a_p = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{24270 \text{ km}}$$

$$\Delta v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} - v_Z = \underline{9954,5 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v_2 = v_g - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{1498,5 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 = \underline{\underline{11453 \text{ m/s}}}$$

(U/25/2/04/4)

Določite število N in jakost potrebnih sprememb hitrosti Δv , da pripeljemo satelit v geostacionarno tirnico iz izstrelišča na zemeljskem ekvatorju z najnižjo porabo goriva. V izračunu zanemarimo trenje rakete z zemeljskim ozračjem. Pri izstrelitvi iz ekvatorja spremembe naklona tirnice niso potrebne in hkrati nam Zemlja s svojim vrtenjem pomaga zmanjšati prvo spremembo hitrosti. ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

Potrebne so dve spremembi tirnice – Homanov proces $N=2$.

$$\text{Hitrost vrtenja Zemlje } v_Z = \frac{2\pi \cdot R_Z}{T_Z} = \underline{465,1 \text{ m/s}}$$

$$\text{Višina na kateri kroži geostacionarni satelit } a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_Z}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km} = r_a}$$

$$\text{Hitrost s katero kroži satelit v geostacionarni tirnici } v_g = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = \underline{3074,7 \text{ m/s}}$$

$$r_p = R_Z = \underline{6378 \text{ km}}$$

$$\text{Velika polos prenosne tirnice } a_p = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{a_g + R_Z}{2} = \underline{24270 \text{ km}}$$

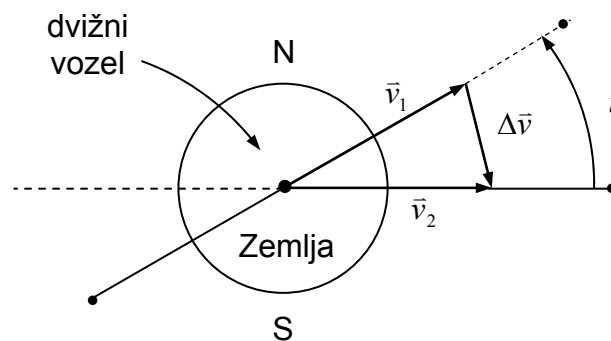
$$\text{Prva sprememba hitrosti } \Delta v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}\right)} - v_Z = \underline{9954,5 \text{ m/s}}$$

$$\text{Druga sprememba hitrosti } \Delta v_2 = v_g - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a}\right)} = \underline{1498,5 \text{ m/s}}$$

3. MOTNJE TIRNIC IN POPRAVKI

(V/19/6/02/1)

Geostacionarni satelit se nahaja v krožnici s periodo $T=1436$ min. Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na $i=5^\circ$. V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skica!), da popravimo naklon tirnice? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti $\Delta v=?$ ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Iz enačbe za periodo tirnice lahko izračunamo veliko polos elipse

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

Ker imajo stara in nova tirnica satelita isti dvižni voz, bomo motorje vključili v točki dvižnega vozla. Hitrost satelita, ki potuje po krožnici

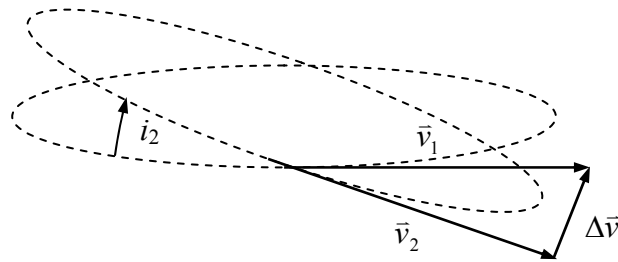
$$v = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} = \underline{3075 \text{ m/s}}$$

Absolutne vrednosti vektorja hitrosti za obe tirnici je enaka.

$$\text{Sprememba hitrosti pa mora znašati } \Delta v = 2v \cdot \sin\left(\frac{i}{2}\right) = \underline{\underline{268 \text{ m/s}}}$$

(V/27/1/05/1)

V geostacionarni tirnici se nahajata na isti zemljepisni dolžini novi in stari satelit. Novi satelit ima dovolj goriva, da vzdrži naklon lastne tirnice $i_1=0$. Stari satelit je porabil že vso raketno gorivo za popravljanje naklona tirnice, zato je naklon njegove tirnice narasel na $i_2=5^\circ$. Izračunajte medsebojno hitrost satelitov $v=?$ v točki, kjer se tirnici obeh satelitov sekata. ($T_Z=1436$ min, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Velika polos elipse znaša $a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$

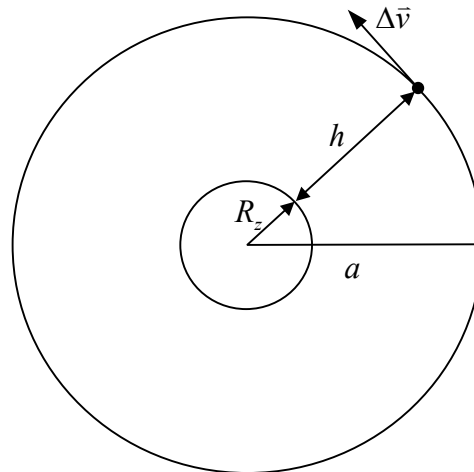
Hitrost satelita, ki potuje po krožnici znaša $v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \underline{3075 \text{ m/s}}$

Medsebojna hitrost satelita v dvižnem vozlu znaša

$$\Delta v = v \cdot 2 \sin \frac{i}{2} = 3075 \text{ m/s} \cdot 2 \cdot 0,0436 = \underline{\underline{268 \text{ m/s}}}$$

(V/2/7/99/1)

Izračunajte hitrost satelita $v=?$ in višino geostacionarne tirnice $h=?$ nad površino Zemlje. ($e=0$, $T=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²). Kolikšno spremembo hitrosti $\Delta v=?$ morajo zagotoviti raketni motorji na krovu satelita, da popravijo naklon tirnice za $\Delta i=1^\circ$?



Velika polos elipse znaša

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi} \right)^2} = \underline{\underline{42163 \text{ km}}}$$

Višina geostacionarne tirnice je $h = a - R_Z = \underline{\underline{35785 \text{ km}}}$

Hitrost satelita v geostacionarni tirnici znaša

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{42163 \cdot 10^3 \text{ m}}} = \underline{\underline{3075 \text{ m/s}}}$$

Absolutne vrednosti vektorja hitrosti za obe tirnici je enaka.

Sprememba hitrosti pa mora znašati

$$\Delta v = v \cdot 2 \sin \frac{\Delta i}{2} \approx v \cdot \Delta i = \underline{\underline{53,7 \text{ m/s}}}$$

↑
v radianih

(U/30/9/10/4)

Izračunajte zakasnitev radijske zveze preko telekomunikacijskega satelita v geostacionarni tirnici. Oddajna in sprejemna postaja na Zemlji vidita satelit tik nad obzorjem. Zakasnitev aktivnega pretvornika v satelitu je zanemarljivo majhna.

($c_0=3 \cdot 10^8$ m/s, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km)

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

Velika polos elipse znaša $a = \sqrt[3]{\frac{\mu T^2}{(2\pi)^2}} = \underline{42163 \text{ km}}$

Razdalja od Zemeljske postaje do satelita znaša $d = \sqrt{a^2 - R_Z^2} = \underline{41678 \text{ km}}$

Zakasnitev radijske zveze znaša $\Delta t = \frac{2d}{c_0} = \underline{\underline{277,8 \text{ ms}}}$

(U/11/7/07/5)

GPS satelit se nahaja v krožnici s periodo $T=11$ h 58 min. Izračunajte najmanjšo $t_{\min}=?$ in največjo $t_{\max}=?$ zakasnitev radijskih signalov do uporabnika na površini Zemlje! Zemljo poenostavimo kot kroglo s polmerom $R_Z=6378$ km. Dodatno zakasnitev ter lom radijskih valov v ionosferi in troposferi zanemarimo. ($f=1,57542$ GHz, $c_0=3 \cdot 10^8$ m/s, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{26561 \text{ km}}$$

Ko je satelit v zenitu, je razdalja do njega minimalna $r_{\min} = h = a + R_Z = \underline{\underline{20183 \text{ km}}}$.

Posledično zakasnitev signala takrat znaša $t_{\min} = \frac{r_{\min}}{c_0} = \underline{\underline{67,28 \text{ ms}}}$

Ko je satelit na obzorju, je razdalja do njega maksimalna $r_{\max} = \sqrt{a^2 + R_Z^2} = \underline{\underline{25784 \text{ km}}}$.

Posledično zakasnitev signala takrat znaša $t_{\max} = \frac{r_{\max}}{c_0} = \underline{\underline{85,95 \text{ ms}}}$

(V/14/2/11)

Izračunajte razliko med minimalno in maksimalno zakasnitvijo telekomandnega signala, ki potuje iz Zemlje do satelita v LEO tirnico na višini $h=630$ km. Zemljo poenostavimo kot kroglo s polmerom $R_Z=6378$ km. Dodatno zakasnitev ter lom radijskih valov v ionosferi in troposferi zanemarimo. ($c_0=3\cdot 10^8$ m/s)

Ko je satelit v zenitu, je razdalja do njega minimalna $r_{\min} = h = 630$ km .

Ko je satelit na obzorju, je razdalja do njega maksimalna

$$r_{\max} = \sqrt{(R_Z + h)^2 + R_Z^2} = 9476 \text{ km} .$$

Razlika zakasnitev signala znaša $t = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{c_0} = \underline{\underline{39,5 \text{ ms}}}$

(U/12/2/04/4)

Komunikacijski satelit se nahaja v zemeljski tirnici s periodo $T=16$ h. Kolikšna je lahko največja ekscentričnost tirnice e , da satelit ne zaide v ozračje na višini $h=300$ km? Kolikšna je hitrost satelita na tej višini glede na ozračje, če vrtenje zemlje zanemarimo? ($\mu=3,986\cdot 10^{14}$ m³/s², $T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{16 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi} \right)^2} = \underline{\underline{32236 \text{ km}}}$$

Oddaljenost satelita od središča zemlje v perigeju znaša

$$r_p = h_p + R_Z = 300 \text{ km} + 6378 \text{ km} = \underline{\underline{6678 \text{ km}}}$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{2}{6678 \text{ km}} - \frac{1}{32236 \text{ km}} \right)} = \underline{\underline{10345 \text{ m/s}}}$$

$$r_p = \frac{p}{1+e} \qquad a = \frac{p}{1-e^2}$$

$$\frac{r_p}{a} = \frac{1-e^2}{1+e} = 1-e$$

$$e = 1 - \frac{r_p}{a} = 1 - \frac{6678 \text{ km}}{32236 \text{ km}} = \underline{\underline{0,793}}$$

(U/15/6/12/4)

Kolikšna je lahko največja ekscentričnost e visoke eliptične tirnice z apogejem na višini $h_a=50000$ km nad površino Zemlje? Satelit se Zemlji ne sme približati na manj kot $h=200$ km, da ne zgore v ozračju. Kolikšna je perioda T takšne tirnice? ($\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km)

Višina perigeja znaša $h_p = h = 200$ km

Oddaljenost satelita od središča Zemlje v perigeju znaša

$$r_p = h_p + R_Z = 200 \text{ km} + 6378 \text{ km} = \underline{6578 \text{ km}}$$

Oddaljenost satelita od središča Zemlje v apogeju znaša

$$r_a = h_a + R_Z = 50000 \text{ km} + 6378 \text{ km} = \underline{56378 \text{ km}}$$

Velika polos elipse znaša $a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{31478 \text{ km}}$

$$e = 1 - \frac{r_p}{a} = \underline{0,791} \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{55580 \text{ s} = 15 \text{ h } 26' 20 \text{ s} = 926,33 \text{ min}}$$

(U/21/6/06)

Izračunajte periodo T tirnice umetnega Zemljinega satelita, ki ima na višini $h=1500$ km nad zemeljsko površino hitrost $v=8$ km/s v mirujočem koordinatnem sistemu. Sploščenost Zemlje na tečajih zanemarimo. Pri kateri ekscentričnosti e se tirnica dotakne gornjih plasti ozračja na $h_p=300$ km? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $T_Z=1436$ min)

$$r_p = h_p + R_Z = \underline{6678 \text{ km}}$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\mu m}{r} = -\frac{\mu m}{2a}$$

$$a = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}} = \underline{10717 \text{ km}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{11041 \text{ s} = 3,067 \text{ h}}$$

$$r_p = a - f = a(1 - e) \rightarrow e = 1 - \frac{r_p}{a} = \underline{0,377}$$

(V/22/2/02/1)

Satelit izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom $i=63,5^\circ$ in periodo $T=11$ h 58 min. Izračunajte višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja $h_p=1000$ km. Koliko znaša ekscentričnost $e=?$ takšne tirnice? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$11 \text{ h } 58 \text{ min} = 718 \text{ min}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{26561 \text{ km}}$$

$$h_a = 2a - 2R_Z - h_p = \underline{39366 \text{ km}}$$

$$h_p + R_Z = r_p = a(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = \underline{0,722}$$

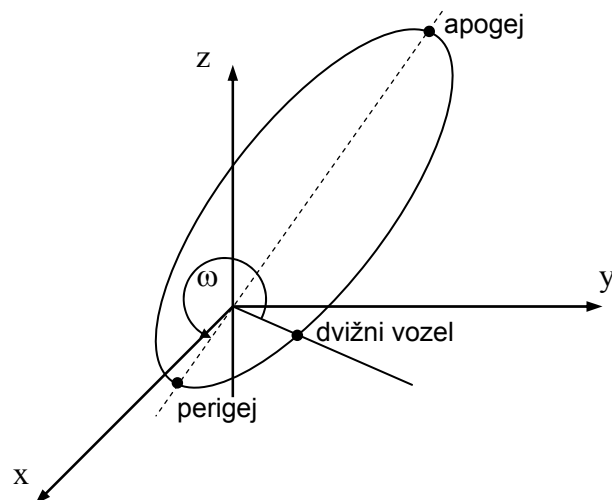
(U/22/2/02/4)

Satelit »Tundra« leti v visoki eliptični tirnici z naklonom $i=63,5^\circ$ in periodo, ki je enaka periodi vrtenja Zemlje. Koliko je višina apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če znaša višina perigeja $h_p=1000$ km nad zemeljsko površino. Koliko naj bo argument perigeja ω , da se satelit zadržuje najdlje nad severno poloblo? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

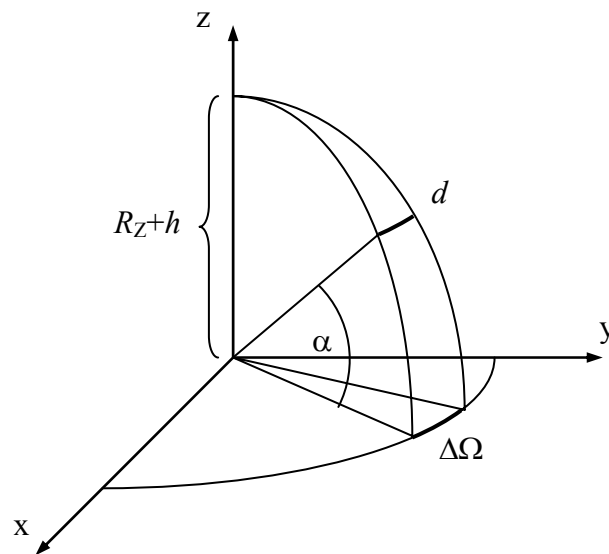
$$h_a = 2a - 2R_Z - h_p = \underline{70570 \text{ km}}$$

$$\omega = 270^\circ$$



(V/27/9/00/1)

Satelit leti v skoraj krožni tirnici z naklonom $i=90^\circ$ na višini $h=800$ km nad zemeljsko površino. Izračunajte odstopanje resničnega položaja satelita na nebu od izračunanega $d=?$ (v kilometrih), ko satelit leti nad opazovalcem na zemljepisni širini $\alpha=46^\circ$, ker smo se pri pretipkavanju Keplerjevih elementov tirnice v računalnik zatipkali pri rektascenziji dviznega vozla in vstavili za $\Delta\Omega$ za 1° preveliko število. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$d = (R_Z + h) \cdot 2 \sin\left(\frac{\Delta\Omega \cos \alpha}{2}\right) = (6378 \text{ km} + 800 \text{ km}) \cdot 2 \sin\left(\frac{1^\circ \cos 46^\circ}{2}\right) = \underline{\underline{87 \text{ km}}}$$

(U/3/3/06/4)

Satelit se nahaja v polarni ($i=90^\circ$) eliptični tirnici z apogejem na višini $h_a=36000$ km nad severnim tečajem in $h_p=1000$ km nad južnim tečajem. Čez koliko dni se tirnica zasuka tako, da bo apogej nad južnim tečajem? ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $T_Z=1436$ min, $J_2=1,08267 \cdot 10^{-3}$)

$$a = R_Z + \frac{h_p + h_a}{2} = \underline{\underline{24878 \text{ km}}}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \underline{\underline{1,609 \cdot 10^{-4} \text{ rd/s} = 13,9 \text{ rd/dan}}}$$

$$e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = \underline{\underline{0,7034}}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} n \left(\frac{R_Z}{a}\right)^2 \frac{5 \cdot \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} J_2 = \underline{\underline{-0,002907 \text{ rd/dan}}}$$

$$t = -\frac{T}{\frac{d\omega}{dt}} = \underline{\underline{1081 \text{ dni}}}$$

4. TOPLOTNO RAVNOVESJE SATELITA

(V/13/6/08/2)

Kolikšna je temperatura (T) kroglastega kovinskega satelita, če nanj pada sončna svetloba z gostoto moči svetlobnega toka $J=1,4 \text{ kW/m}^2$. Absorptivnost naj bo enaka emisivnosti. (Stefan-Boltzmanova konstanta $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$)

Satelit prestreza in absorbira moči svetlobnega toka $P = \pi r^2 \cdot J$.

Obenem se s sevanjem oddaja v vse smeri moč $4\pi r^2 \sigma T^4$.

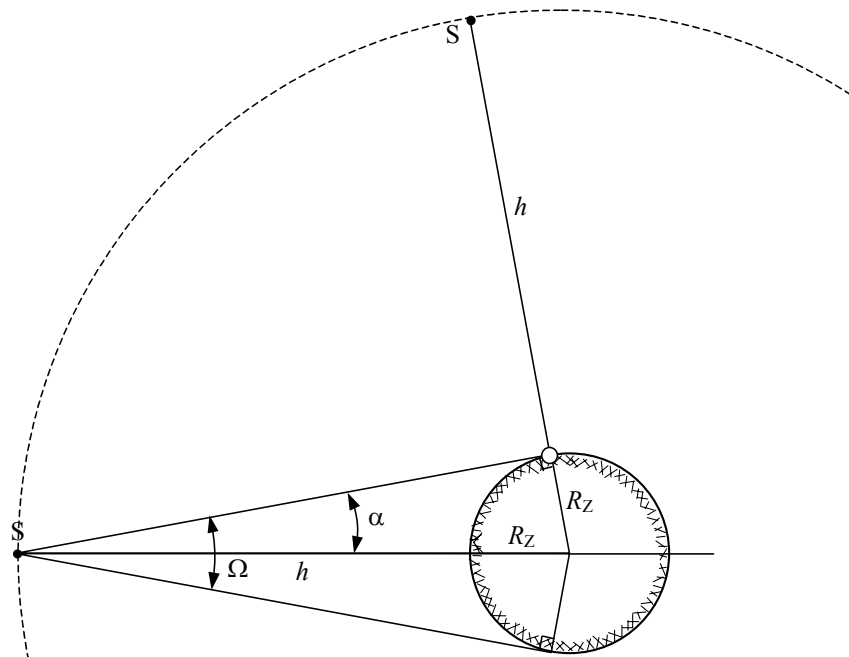
V ravnovesju sta prejeti in oddani energijski tok izenačena in temperatura satelita je

$$T = \sqrt[4]{\frac{J}{4\sigma}} = \underline{280 \text{ K} = 7^\circ\text{C}}$$

5. RADIJSKA ZVEZA

(V/21/9/99/2)

Določite moč oddajnika P_o na krovu satelita, ki leti v krožnici na višini $h=800$ km. Satelit oddaja na frekvenci $f=400$ MHz, zemeljski sprejemnik zahteva signal vsaj $U=0,2 \mu\text{V}_{\text{eff}}$ na vhodnem priključku ($R=50 \Omega$), sprejemna in oddajna antena pa nista usmerjeni ($G_o=G_s=1$). Moč oddajnika določite v obeh slučajih: ko je satelit točno nad sprejemnikom in ko je satelit na obzorju sprejemnika. ($R_Z=6378$ km, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$r_1 = h = 800 \text{ km}$$

$$r_2 = \sqrt{(R_Z + h)^2 - R_Z^2} = 3293 \text{ km}$$

$$P_s = \frac{U^2}{R} = \frac{(0,2 \cdot 10^{-6} \text{ V})^2}{50 \Omega} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,75 \text{ m}$$

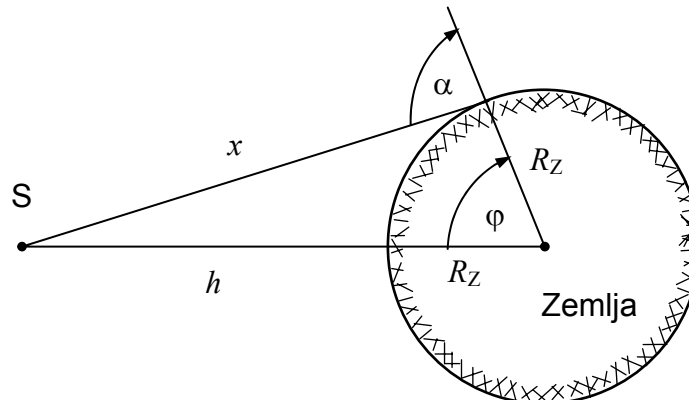
$$P_o = \frac{P_s}{G_o G_s} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2$$

$$P_{o1} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \left(\frac{4\pi \cdot 800000 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} \right)^2 = \underline{\underline{0,144 \text{ W}}}$$

$$P_{o2} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \left(\frac{4\pi \cdot 3293000 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} \right)^2 = \underline{\underline{2,436 \text{ W}}}$$

(V/30/9/04/2)

Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu televizijskega satelita, da bo s svojim signalom na frekvenci $f=12$ GHz pokril ozemlje s površino $A=20000$ km², ki se nahaja na povprečni zemljepisni širini $\varphi=46^\circ$. Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici na višini $h=35800$ km nad ekvatorjem, sprejemniki zahtevajo gostoto pretoka moči vsaj $S=1$ nW/m² vključno s predpisano rezervo. ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min)



Po kosinusnem izreku dobimo

$$x = \sqrt{(h + R_Z)^2 + R_Z^2 - 2(h + R_Z)R_Z \cos \varphi} = \underline{38025 \text{ km}}$$

Po sinusnem izreku

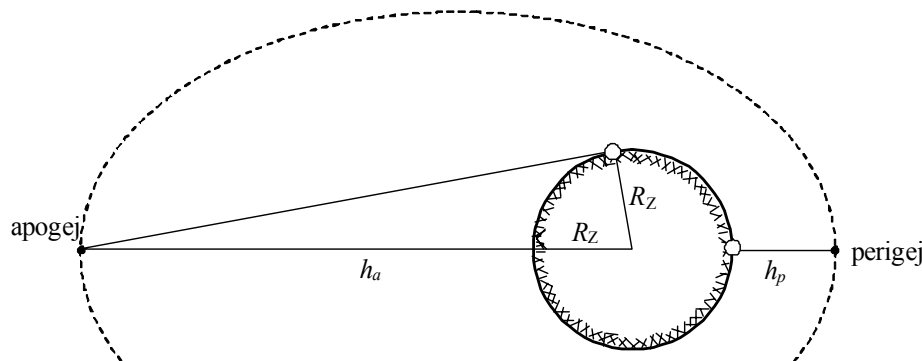
$$\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{h + R_Z}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{h + R_Z}{\sin \alpha}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h + R_Z}{x} \sin \varphi\right) = \underline{52,93^\circ}$$

$$P_o = SA \cos \alpha = \underline{12,06 \text{ W}}$$

(U/5/6/09/4)

Izračunajte globino presiha $\Delta P=?$ (v decibelih) pri sprejemu satelita, ki se giblje po tirnici s perigejem na višini $h_p=300$ km in apogejem na višini $h_a=1600$ km nad površino Zemlje. Satelit je opremljen z neusmerjeno oddajno anteno na valovni dolžini $\lambda=18$ cm. Zemeljska postaja sledi satelit z usmerjeno anteno, da je odboj od tal zanemarljiv in na jakost sprejetega polja vpliva le spreminjanje razdalje do satelita. ($\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $R_Z=6378$ km, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$r_{\max} = \sqrt{(h_a + R_Z)^2 - R_Z^2} = 4793 \text{ km}$$

$$r_{\min} = h_p = 300 \text{ km}$$

$$\Delta P_S = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right)^2 = \underline{\underline{24,1 \text{ dB}}}$$

(V/24/6/04/2)

Televizijski satelit oddaja na frekvenci $f=12$ GHz z efektivno sevano močjo $EIRP=60$ dBW (moč oddajnika pomnožena z dobitkom oddajne antene) v smeri sprejemnika na Zemlji. Izračunajte dobitek sprejemne antene $G_s=?$, če na vhodnih sponkah sprejemnika zahtevamo signal jakosti $P_s=-90$ dBm. ($d=40000$ km, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$P_o G_o = +60 \text{ dBW} = \underline{\underline{10^6 \text{ W}}}$$

$$P_s = -90 \text{ dBm} = \underline{\underline{10^{-12} \text{ W}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{\underline{0,025 \text{ m}}}$$

$$P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

$$G_s = \frac{P_s}{P_o G_o} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = \underline{\underline{404,25 = 26,07 \text{ dBi}}}$$

(V/27/1/05/3)

Satelit na razdalji $d=40000$ km je opremljen z oddajnikom moči $P_o=40$ W na frekvenci $f=4$ GHz ter oddajno anteno z dobitkom $G_o=30$ dBi. Kolikšen mora biti premer $2r=?$ zrcala sprejemne antene z izkoristkom osvetlitve $\eta=70$ %, da dobimo v sprejemniku moč $P_s=-90$ dBm? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$P_s = -90 \text{ dBm} = \underline{10^{-12} \text{ W}}$$

$$G_o = 30 \text{ dBi} = \underline{1000}$$

$$P_s = P_o G_o \frac{A_{\text{eff}}}{4\pi d^2} \rightarrow A_{\text{eff}} = \frac{P_s}{P_o G_o} \cdot 4\pi d^2 = \underline{0,503 \text{ m}^2}$$

$$A_{\text{eff}} = \eta \pi r^2 \rightarrow 2r = 2 \sqrt{\frac{A_{\text{eff}}}{\eta \pi}} = \underline{\underline{0,956 \text{ m} = 95,6 \text{ cm}}}$$

(V/26/1/04/3)

Televizijski satelit oddaja na frekvenci $f=12$ GHz v istem radiofrekvenčnem kanalu pasovne širine $B=40$ MHz dva različna TV programa z različnima, med sabo pravokotnima linearnima polarizacijama. Zaradi netočnosti izdelave oddajne antene znaša kot med obema ravninama polarizacije $\varphi=80^\circ$. Kolikšna je izguba jakosti sprejema želenega signala $a=?$ (dB), če polarizacijo sprejemne antene nastavimo tako, da povsem zadušimo motnjo na neželeni polarizaciji?

$$\vec{E} \cdot \vec{1}_s = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot \vec{1}_s = E_1 \cos \alpha + \underbrace{E_2 \cos(\alpha + \varphi)}_{\text{zahtevamo}=0} \rightarrow \alpha + \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$E = E_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

$$a = 20 \log\left(\frac{E}{E_1}\right) = 20 \log\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\right) = 20 \log(\sin \varphi) = \underline{\underline{-0,133 \text{ dB}}}$$

(V/27/9/00/4)

Izračunajte potrebno moč oddajnika na krovu televizijskega satelita $P_O=?$ na frekvenci $f=12$ GHz, ki razpolaga z anteno z dobitkom $G_O=40$ dB. Sprejemnik se nahaja na Zemlji na razdalji $d=38000$ km in razpolaga z anteno premera $2r=1$ m, $\eta=70$ % in šumno temperaturo $T_A=30$ K. Šumno število sprejemnika je $F=1$ dB. Za dober sprejem zahtevamo razmerje signal/šum $S/N=15$ dB v pasovni širini $B=30$ MHz. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T_O=293$ K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$T_S = T_O \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{75,9 \text{ K}} \qquad P_N = Bk_B(T_A + T_S) = \underline{4,38 \cdot 10^{-14} \text{ W}}$$

$$P_S = P_N \cdot \frac{S}{N} = 4,38 \cdot 10^{-14} \text{ W} \cdot 10^{\frac{15}{10}} = \underline{1,39 \cdot 10^{-12} \text{ W}}$$

$$P_O = \frac{P_S}{A\eta} \cdot \frac{4\pi d^2}{G_O} = \frac{1,39 \cdot 10^{-12} \text{ W}}{\pi \cdot 0,5^2 \text{ m}^2 \cdot 0,7} \cdot \frac{4\pi(3,8 \cdot 10^7 \text{ m})^2}{10^4} = \underline{\underline{4,57 \text{ W}}}$$

(U/18/3/05/1)

Izračunajte moč oddajnika na krovu televizijskega satelita $P_O=?$, ki je opremljen z anteno z dobitkom $G_O=30$ dBi. Satelit je oddaljen $d=40000$ km od sprejemnika na Zemlji, ki ima anteno z dobitkom $G_S=35$ dBi in šumno temperaturo $T_A=70$ K. Sprejemnik ima šumno število $F=0,8$ dB in v pasovno širino $B=36$ MHz, kjer hočemo razmerje signal/šum $S/N=15$ dB. ($f=12$ GHz, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T_O=293$ K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$T_S = T_O \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{59,3 \text{ K}} \qquad P_N = Bk_B(T_A + T_S) = \underline{6,42 \cdot 10^{-14} \text{ W}}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 2,5 \text{ cm}$$

$$G_O = 30 \text{ dBi} = 4000$$

$$G_S = 35 \text{ dBi} = 3162$$

$$P_S = P_N \cdot \frac{S}{N} = \underline{2,03 \cdot 10^{-12} \text{ W}}$$

$$P_O = \frac{P_S}{G_O G_S} \cdot \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 = \underline{\underline{259,6 \text{ W}}}$$

(V/19/10/01/2)

Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu satelita za telefonijo, ki dela na frekvenci $f=1,6$ GHz. Smerni diagram oddajne antene enakomerno pokriva krožno področje s polmerom $r=100$ km na Zemlji. Telefon je opremljen z neusmerjeno sprejemno anteno z dobitkom $G_s=1$. Za zadovoljivo kakovost zveze nam zadošča $U_s=0,4 \mu\text{V}_{\text{eff}}$ na vhodnih sponkah sprejemnika z impedanco $Z=50 \Omega$. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$P_s = \frac{U_s^2}{Z} = \frac{(0,4 \cdot 10^{-6} \text{ V})^2}{50 \Omega} = \underline{3,2 \cdot 10^{-15} \text{ W}}$$

$$A_s = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_s = \frac{G_s}{4\pi} \left(\frac{c_0}{f} \right)^2 = \underline{2,798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$A_g = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$$

$$P_o = P_s \cdot \frac{A_g}{A_s} = \underline{\underline{36 \text{ mW}}}$$

(V/14/7/05/2)

Izračunajte domet $d=?$ med dvema ročnima radijskima postajama v praznem prostoru, ki delata na frekvenci $f=150$ MHz. Radijski postaji sta opremljeni z antenama z dobitkom $G=2$ dBi, oddajnikoma moči $P_o=5$ W ter sprejemnikoma z občutljivostjo $U_{\text{min}}=0,2 \mu\text{V}_{\text{eff}}$ (na impedanci $Z_k=50 \Omega$). ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$P_s = \frac{U_{\text{min}}^2}{Z_k} = \underline{8 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2 \text{ m}}$$

$$G = 2 \text{ dBi} = \underline{1,585}$$

$$P_s = P_o G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4\pi} G \sqrt{\frac{P_o}{P_s}} = \underline{\underline{19942 \text{ km}}}$$

(V/2/7/99/2)

Izračunajte slabljenje radijske zveze v dB na frekvenci $f=4$ GHz. Oddajnik moči $P_o=10$ W na krovu satelita razpolaga z anteno premera $d_o=1$ m. Sprejemnik na Zemlji ima anteno premera $d_s=3$ m. Izkoristek osvetlitve zrcal je za obe anteni enak $\eta=70$ %, razdalja med obema antenama pa znaša $r=40000$ km. Kolikšna je moč signala $P_s=?$ na vhodnih sponkah sprejemnika?

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{7,5 \text{ cm}}$$

$$A_o = \pi \left(\frac{d_o}{2} \right)^2 = \underline{0,785 \text{ m}^2}$$

$$A_s = \pi \left(\frac{d_s}{2} \right)^2 = \underline{7,069 \text{ m}^2}$$

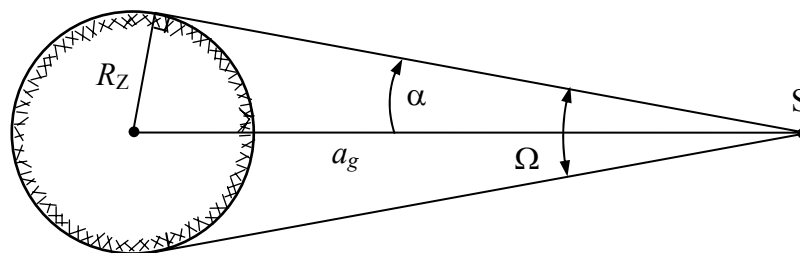
$$P_s = \frac{P_o G_o \eta_s A_s}{4\pi r^2} = \frac{P_o \eta_o A_o \eta_s A_s}{\lambda^2 r^2} = \frac{10 \text{ W} \cdot 0,7 \cdot 0,785 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \cdot 7,069 \text{ m}^2}{(4 \cdot 10^7 \text{ m})^2 \cdot (0,075 \text{ m})^2} = \underline{\underline{3,02 \cdot 10^{-12} \text{ W}}}$$

$$a = 10 \log \frac{P_s}{P_o} = \underline{\underline{-125,2 \text{ dB}}}$$

6. POKRITOST

(VŠŠ, 6/6/2001, 2)

Določite največjo možno smernost antene $D=?$ (v decibelih), ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($T=T_Z=1436$ min, $e=0$), da z radijskim signalom enakomerno osvetlimo celotno poloblo, ki jo satelit vidi s svojega položaja v tirnici. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$a_g = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_Z}{2\pi} \right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{a_g}$$

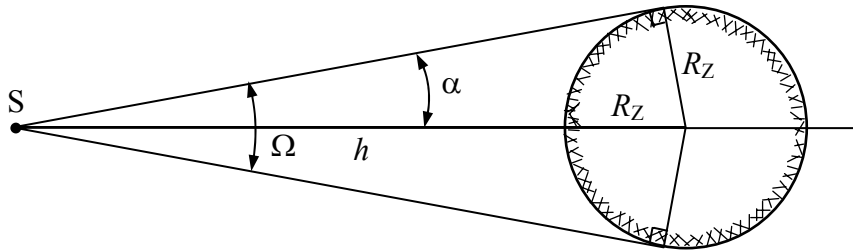
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2} \right)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2}} = \underline{173,8}$$

$$D_{\text{dB}} = 10 \log D = \underline{22,4 \text{ dBi}}$$

(V/7/4/00/2)

Določite največjo možno smernost antene $D=?$, ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($h=35800$ km nad površino Zemlje, $R_Z=6378$ km), da z njo enakomerno osvetlimo celotno vidno poloblo z radijskim signalom na frekvenci $f=4$ GHz.



$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{h + R_Z}$$

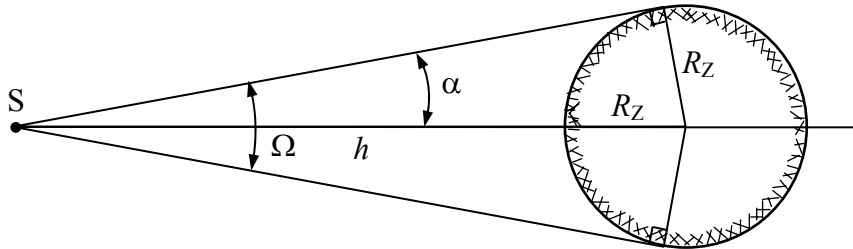
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}\right) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{h + R_Z}\right)^2}\right) = 2\pi\left(1 - \frac{\sqrt{h^2 + 2hR_Z}}{h + R_Z}\right)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{h^2 + 2hR_Z}}{h + R_Z}} = \underline{\underline{173,9 = 22,4 \text{ dBi}}}$$

(U/16/6/08/4)

Na satelit je vgrajena antena s smernim diagramom idealne stožčaste oblike in smernostjo $D=20$ dBi. Izračunajte periodo krožne tirnice $T=?$, če naj antena na krovu satelita natančno osvetljuje celotni vidni del zemeljske površine!

($\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $R_Z=6378 \text{ km}$, $T_Z=1436 \text{ min}$)



$$D = 20 \text{ dBi} = 100$$

$$\Omega = \frac{4\pi}{D} = 0,126 \text{ srd}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

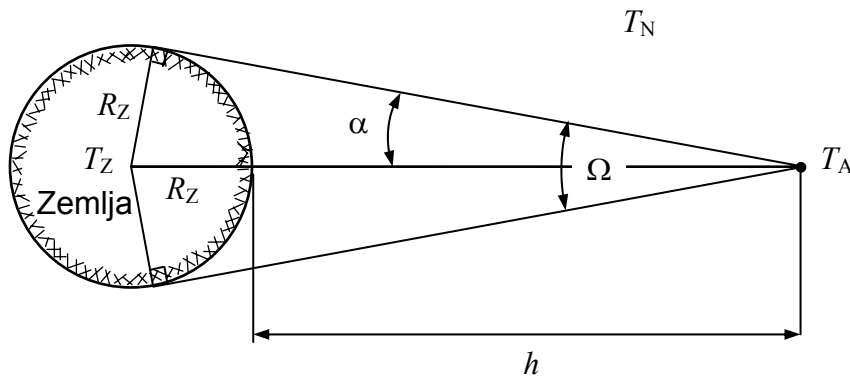
$$\cos \alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi} = 0,98$$

$$\alpha = 11,48^\circ = 0,2 \text{ rd}$$

$$a = R_Z + h = \frac{R_Z}{\sin \alpha} = \frac{R_Z}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = 32051 \text{ km}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = \underline{57104 \text{ s} = 15,86 \text{ h}}$$

Vesoljsko plovilo ima neusmerjeno, brezizgubno sprejemno anteno na frekvenci $f=2,1$ GHz. Na kateri višini h nad zemeljsko površino doseže sprejemna antena šumno temperaturo $T_A=70$ K, če Zemlja seva kot črna kroglja s temperaturo $T_Z=280$ K? Povprečna šumna temperatura neba vključno s toplimi točkami (Sonce, radijske zvezde) znaša $T_N=10$ K. ($R_Z=6378$ km)



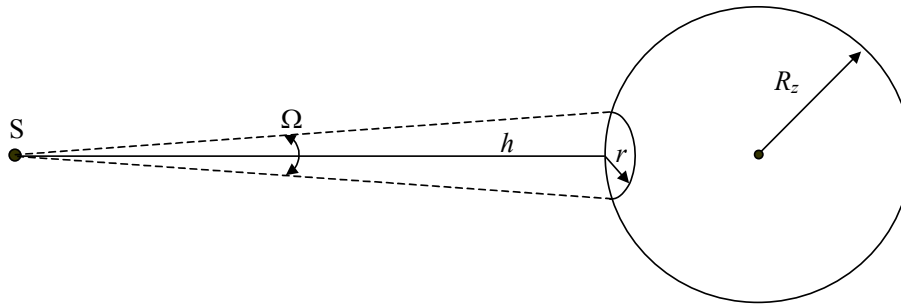
$$T_A = T_Z \cdot \frac{\Omega}{4\pi} + T_N \left(1 - \frac{\Omega}{4\pi}\right) \rightarrow T_A - T_N = (T_Z - T_N) \frac{\Omega}{4\pi} \rightarrow \Omega = 4\pi \cdot \frac{T_A - T_N}{T_Z - T_N} = \underline{2,79 \text{ srd}}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\alpha) \rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi}$$

$$\sin\alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h} \rightarrow h = R_Z \left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1 \right) = R_Z \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{\Omega}{2\pi}\right)^2}} - 1 \right) = \underline{\underline{1293 \text{ km}}}$$

(V/22/2/02/2)

Določite premer zrcala $d=?$ oddajne antene na krovu televizijskega satelita, ki naj osvetli področje s polmerom $r=1000$ km na zemeljski površini tik pod satelitom. Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici in oddaja v frekvenčnem pasu $f=2,6$ GHz. Izkoristek osvetlitve odprtine zrcalne antene znaša $\eta=50$ %. ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)



$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \underline{42163 \text{ km}}$$

$$h = a - R_Z = \underline{35785 \text{ km}}$$

$$\Omega = \frac{A_g}{h^2} = \frac{\pi r^2}{h^2} = \underline{2,453 \cdot 10^{-3} \text{ srd}}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,115 \text{ m}}$$

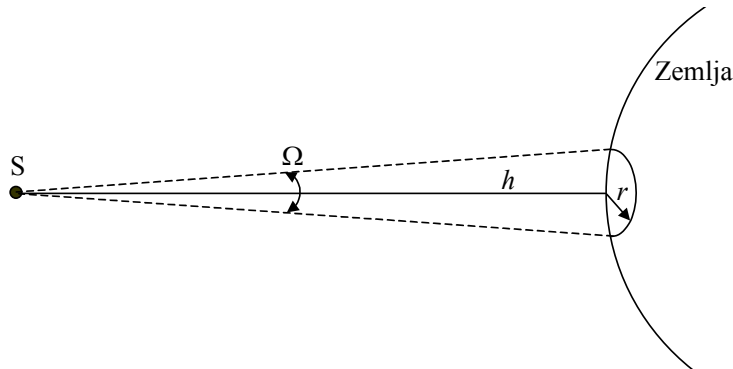
$$D = \frac{4\pi}{\Omega}$$

$$A = \frac{\lambda^2 D}{4\pi\eta} = \frac{\lambda^2}{\Omega\eta} = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$d = \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi\Omega\eta}} = \underline{3,717 \text{ m}}$$

(V/25/2/03/2)

Določite smernost antene $D=?$, ki jo vgradimo na satelit, da z geostacionarne tirnice ($h=35800$ km) pokrijemo področje s polmerom $r=300$ km na zemeljski površini tik pod satelitom. Kolikšen je premer $2r_a=?$ oddajne antene na frekvenci $f=12$ GHz, če doseže izkoristek osvetlitve odprtine vrednost $\eta=60\%$?



$$\Omega = \frac{A_g}{h^2} = \frac{\pi r^2}{h^2}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2,5 \text{ cm}}$$

$$A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$$

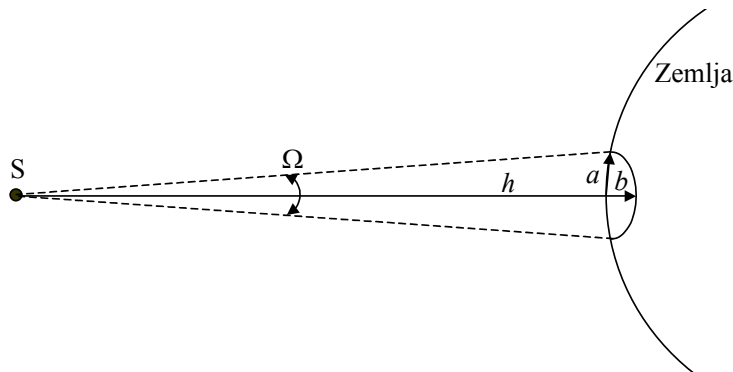
$$A = \frac{A_{\text{eff}}}{\eta}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4h^2}{r^2} = \underline{\underline{56962}} = \underline{\underline{47,6 \text{ dBi}}}$$

$$2r_a = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{D}{\eta}} = \underline{\underline{2,45 \text{ m}}}$$

(V/28/6/00/2)

Izračunajte smernost $D=?$ antene na krovu geostacionarnega satelita na višini $h=36000$ km nad površino Zemlje, če ima antena snop eliptičnega prereza, ki osvetljuje zemljepisno področje širine $w=200$ km in dolžine $l=300$ km. Snop antene je idealen: zeleno področje je enakomerno osvetljeno, zunaj njega pa antena ne sveti.



$$\Omega = \frac{A}{h^2}$$

$$A = \pi ab$$

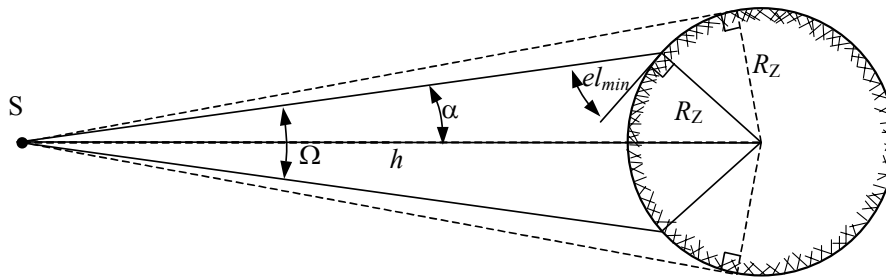
$$a = \frac{l}{2}$$

$$b = \frac{w}{2}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi h^2}{\pi ab} = \frac{16h^2}{lw} = \frac{16 \cdot 36000^2 \text{ km}^2}{300 \text{ km} \cdot 200 \text{ km}} = \underline{\underline{345600 = 55,4 \text{ dBi}}}$$

(V/24/6/03/2)

Telefonski satelit GLOBALSTAR leti v krožnici na višini $h=1420$ km nad zemeljsko površino z naklonom $i=52^\circ$. Določite smernost antene $D=?$ na krovu satelita, ki zagotavlja pokrivanje vseh uporabnikov, ki vidijo satelit vsaj $el_{\min}=15^\circ$ nad obzorjem. Če se satelit nahaja prenizko na obzorju, je za mobilne postaje neuporaben zaradi senc hribov, zgradb ali dreves, zato naj antena na krovu satelita tja ne seva. ($f=1,6$ GHz, $R_Z=6378$ km, $c=3\cdot 10^8$ m/s)



Iz sinusnega izreka sledi

$$\frac{\sin \alpha}{R_Z} = \frac{\sin\left(el_{\min} + \frac{\pi}{2}\right)}{R_Z + h} \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{R_Z}{R_Z + h} \cdot \cos(el_{\min})\right) = \underline{\underline{52,19^\circ}}$$

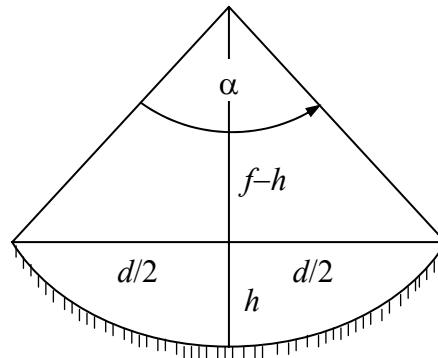
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha} = \underline{\underline{5,17 = 7,13 \text{ dBi}}}$$

7. ANTENE

(V/30/9/04/3)

Parabolično zrcalo premera $d=1$ m osvetlivo z žarilcem, ki ima sevalni diagram v obliki stožca s kotom odprtja $\alpha=120^\circ$ na frekvenci $f=15$ GHz. Izračunajte globino zrcala $h=?$ v temenu, če je zrcalo rotacijsko simetrično. Kolikšen je dobitek antene $G=?$ (v dBi), če znaša izkoristek osvetlitve $\eta=80\%$? ($c=3\cdot 10^8$ m/s)



$$f = \frac{d^2}{16h}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3} = \frac{\frac{d}{2}}{f-h} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{d^2}{16h} - h} = \frac{8dh}{d^2 - 16h^2}$$

Iz tega dobimo kvadratno enačbo

$$16h^2 + \frac{8}{\sqrt{3}}dh - d^2 = 0 ; \quad 16h^2 + \frac{8}{\sqrt{3}}h - 1 = 0$$

Samo ena rešitev kvadratne enačbe je pozitivna

$$h = \frac{-\frac{8}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{64}{3} + 64}}{32} = \underline{\underline{0,1443 \text{ m} = 14,43 \text{ cm}}}$$

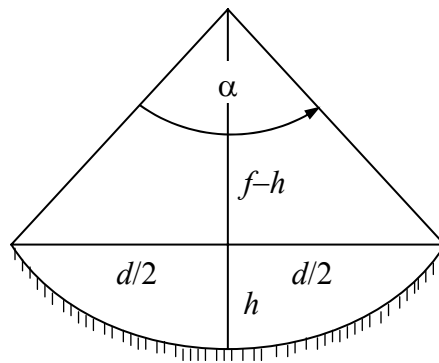
$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 0,785 \text{ m}^2$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 2 \text{ cm}$$

$$G = 10 \log \left(4\pi\eta \frac{A}{\lambda^2} \right) = \underline{\underline{42,95 \text{ dBi}}}$$

(V/19/6/02/3)

Na frekvenci $f=12$ GHz potrebujemo anteno z dobitkom $G=40$ dBi. Izračunajte premer $d=?$ in globino $h=?$ rotacijsko simetričnega parabolničnega zrcala. Zrcalo osvetlimo z žarilcem, ki pri razmerju $f/d=0,4$ doseže izkoristek osvetlitve odprtine $\eta=80$ %. Pri računu upoštevajte tudi neidealnost površine zrcala, kar prinese $a=0,5$ dB izgube dobitka, izgubo zaradi sence žarilca pa zanemarite. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{2,5 \text{ cm}}$$

$$D = aG$$

$$D[\text{dBi}] = a[\text{dB}] + G[\text{dBi}] = 40,5 \text{ dBi} = \underline{11220}$$

$$D = 10^{\frac{40,5}{10}} = \underline{11220}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta \rightarrow A = \frac{D \lambda^2}{4\pi \eta} = \underline{0,698 \text{ m}^2}$$

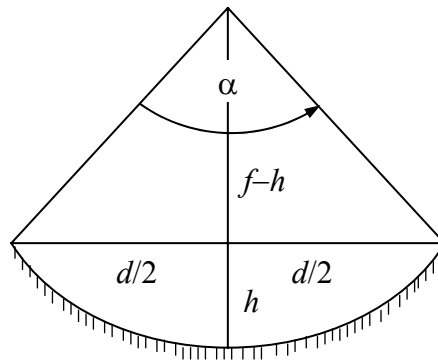
$$d = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \underline{\underline{0,942 \text{ m} = 94,2 \text{ cm}}}$$

$$f = d \cdot \left(\frac{f}{d} \right) = \underline{37,7 \text{ cm}}$$

$$h = \frac{d^2}{16f} = \underline{\underline{14,7 \text{ cm}}}$$

(V/14/7/05/3)

Določite premer rotacijsko simetričnega paraboličnega zrcala $d=?$ in njegovo globino $h=?$, da z njim izdelamo usmerjeno anteno z dobitkom $G=40$ dBi na frekvenci $f=4$ GHz. Razpoložljivi žarilec omogoča izkoristek osvetlitve $\eta=70$ % pri razmerju $f/d=0,4$. Napake površine zrcala vnašajo dodatno izgubo $a=1$ dB. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{7,5 \text{ cm}}$$

$$G = 40 \text{ dBi} = \underline{10^4}$$

$$a = 1 \text{ dB} = \underline{1,259}$$

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{Ga}{\eta} = \underline{8,05 \text{ m}^2}$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \underline{\underline{3,2 \text{ m}}}$$

$$f = d \cdot \left(\frac{f}{d} \right) = \underline{1,28 \text{ m}}$$

$$h = \frac{d^2}{16f} = \underline{\underline{0,5 \text{ m}}}$$

(V/26/1/04/2)

Določite premer $2r=?$ zrcala za sprejem satelita, ki ga vidimo z elevacijo $\alpha=7^\circ$ nad obzorjem in oddaja na frekvenci $f=2,2$ GHz. Izkoristek osvetlitve zrcala znaša $\eta=50\%$, smerni diagram zrcala pa ponazorimo s krogelnim izsekom s ploščatim temenom, strmimi boki in zanemarljivimi stranskimi snopi. Glavni snop antene usmerimo v satelit, pri tem pa naj toplotni šum Zemlje ne moti sprejema satelita. ($c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha} = \underline{268,3}$$

$$A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$$

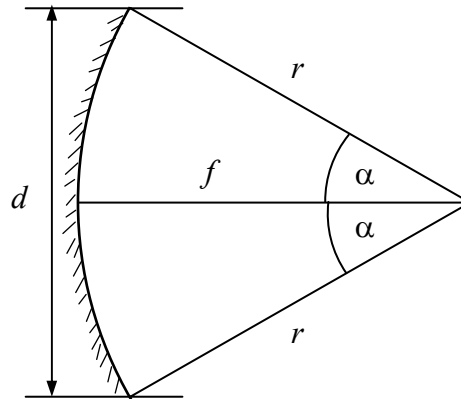
$$A = \frac{A_{\text{eff}}}{\eta} = \pi r^2$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,136 \text{ m}}$$

$$2r = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{A_{\text{eff}}}{\pi \cdot \eta}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{D}{\eta}} = \frac{c_0}{f \cdot \pi} \sqrt{\frac{D}{\eta}} = \underline{\underline{1,006 \text{ m}}}$$

(V/2/7/99/3)

Izračunajte goriščno razdaljo $f=?$ ter kot sevanja žarilca $\alpha=?$ za rotacijskosimetrično parabolično zrcalo premera $d=1,2$ m in globine $h=15$ cm. Za koliko dB upade jakost sevanja žarilca na robu zrcala glede na središče zaradi povečane razdalje med žarilcem in površino zrcala?



$$f = \frac{d^2}{16h} = \frac{(1,2 \text{ m})^2}{16 \cdot 0,15 \text{ m}} = \underline{\underline{0,6 \text{ m}}}$$

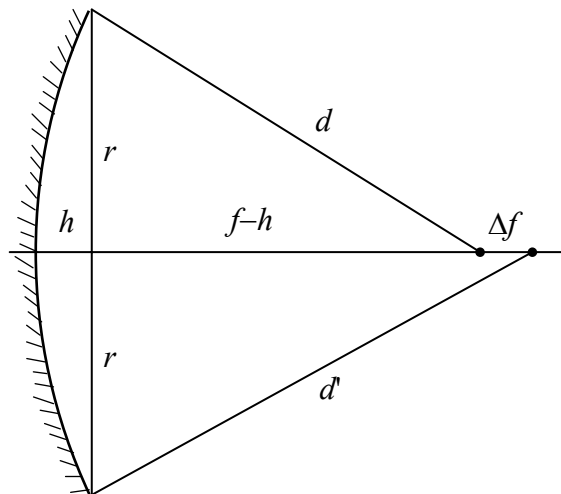
$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (f-h)^2} = \sqrt{(0,6 \text{ m})^2 + (0,45 \text{ m})^2} = \underline{\underline{0,75 \text{ m}}}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\frac{d}{2}}{r} = \arcsin \frac{0,6 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} = \underline{\underline{0,927 \text{ rd} = 53,13^\circ}}$$

$$a = 20 \log \frac{f}{r} = 20 \log \frac{0,6 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} = \underline{\underline{-1,94 \text{ dB}}}$$

(V/27/9/00/2)

Parabolično zrcalo premera $2r=2$ m in globine $h=25$ cm uporabljamo na frekvenci $f_0=4$ GHz. Izračunajte fazno napako $\Delta\varphi=?$ v stopinjah na robu zrcala, če vzamemo referenco za fazo v temenu zrcala in izmaknemo žarilec iz gorišča navzven (proč od zrcala) za $\Delta f=1$ cm. ($c=3\cdot 10^8$ m/s)



$$f = \frac{(2r)^2}{16h} = \frac{(2 \cdot 1 \text{ m})^2}{16 \cdot 0,25 \text{ m}} = \underline{1 \text{ m}}$$

Sprememba razdalje, ki se odraža kot sprememba faze je

$$\Delta l = (d' - d) - \Delta f$$

$$\Delta l = \sqrt{(f - h + \Delta f)^2 + r^2} - \sqrt{(f - h)^2 + r^2} - \Delta f$$

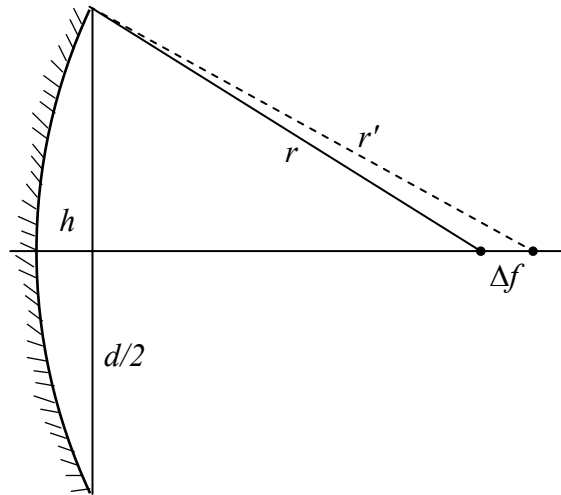
$$\Delta l = \sqrt{(1 \text{ m} - 0,25 \text{ m} + 0,01 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} - \sqrt{(1 \text{ m} - 0,25 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} - 0,01 \text{ m}$$

$$\Delta l = \underline{\underline{-0,003975 \text{ m} = -3,975 \text{ mm}}}$$

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta l = \frac{2\pi f_0 \Delta l}{c} = \underline{\underline{-0,333 \text{ rd} = -19,08^\circ}}$$

(U/19/3/10/2)

Parabolično zrcalo premera $d=1$ m z razmerjem $f/d=0,4$ uporabljamo za sprejem satelitske TV na frekvenci $f=12$ GHz. Za koliko decibelov $\Delta G=?$ upade dobitok antene zaradi kvadratne napake faze, če žarilec odmaknemo za $\Delta f=1$ cm vzdolž osi zrcala? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$f = \frac{d}{2} = \underline{0,5 \text{ m}}$$

$$f = d \cdot \frac{f}{d} = \underline{0,4 \text{ m}}$$

$$h = \frac{d^2}{16f} = \underline{15,625 \text{ m}}$$

Sprememba razdalje, ki se odraža kot sprememba faze je

$$\Delta l = \Delta f - (r' - r)$$

$$\Delta l = \Delta f - \sqrt{(f + \Delta f - h)^2 + (d/2)^2} - \sqrt{(f - h)^2 + (d/2)^2}$$

$$\Delta l = 0,01 \text{ m} - (0,561 \text{ m} - 0,556 \text{ m}) = 0,006 \text{ m} = 5,546 \text{ mm}$$

$$\Delta \varphi = k \cdot \Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta l = \frac{2\pi f \cdot \Delta l}{c} = \underline{\underline{-1,394 \text{ rd}}}$$

$$\Delta G = 20 \log_{10} \left(\frac{\sin(\Delta \varphi / 2)}{\Delta \varphi / 2} \right) = \underline{\underline{-0,715 \text{ dB}}}$$

(V/25/10/02/3)

Parabolično zrcalo premera $d=1$ m želimo uporabiti za sprejem televizijskega satelita na frekvenci $f=12$ GHz. Na zrcalo vgradimo žarilec in pri sprejemu zemeljskega oddajnika na oddaljenosti $r=30$ m od zrcala najdemo najboljši položaj žarilca na razdalji $x=35$ cm od temena zrcala. Kakšna mora biti razdalja med temenom zrcala in žarilcem $x'=?$ za najboljši sprejem satelita? ($c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{r}$$

$$f = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{r}} = \underline{346 \text{ mm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x'} + \frac{1}{r'}; \quad r' \rightarrow \infty$$

$$\underline{\underline{x' \approx f = 346 \text{ mm}}}$$

$$\underline{\underline{\text{Fraunhofer: } r_{\text{mejni}} = \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2d^2 f}{c} = 80 \text{ m}}}$$

(V/17/9/03/3)

Zemeljska sprejemna postaja je opremljena z zrcalom premera $d=60$ m in razmerjem $f/d=0,4$. Za kolikšno razdaljo $x=?$ se premakne navidezno gorišče zrcala pri sprejemu vesoljske ladje, ki prileti z zelo velike razdalje na višino $h=300$ km nad zemeljsko sprejemno postajo? ($f=8$ GHz, $c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$f = d \cdot \left(\frac{f}{d} \right) = \underline{24 \text{ m}}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{h} \rightarrow f' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{h}} = \frac{fh}{h-f}$$

$$x = f' - f = \frac{fh}{h-f} - f = \frac{fh - (fh - f^2)}{h-f} = \frac{f^2}{h-f} = \underline{\underline{1,92 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,92 \text{ mm}}}$$

(V/19/6//02/2)

Izračunajte sevalni izkoristek $\eta=?$ polvalovnega dipola s sevalno upornostjo $R_s=73 \Omega$ na frekvenci $f=300$ MHz. Dipol je izdelan iz kovinske žice s končno prevodnostjo. Upornost žice dodatno poveča kožni pojav na vrednost $R/l=10 \Omega/m$. Pri računu upoštevajte, da so izgube v žici majhne glede na porazdelitev toka $I(z)$ na dipolu. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$P_s = \frac{1}{2} |I(0)|^2 R_s = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_s \quad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{1 \text{ m}}$$

$$\underline{I(z) = I_0 \cos kz} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$P_z = \int_{-\frac{\lambda}{4}}^{+\frac{\lambda}{4}} \frac{1}{2} |I(z)|^2 \cdot \frac{R}{l} dz = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{l} |I_0|^2 \int_{-\frac{\lambda}{4}}^{+\frac{\lambda}{4}} \cos^2(kz) dz = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{l} |I_0|^2 \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\eta = \frac{P_s}{P_s + P_z} = \frac{R_s}{R_s + \frac{R}{l} \cdot \frac{\lambda}{4}} = \frac{73 \Omega}{73 \Omega + 2,5 \Omega} = \underline{\underline{96,7\%}}$$

(V/25/10/02/2)

Piramidni lijak ima pravokotno odprtino s stranicama $a=10$ cm in $b=8$ cm. Globina lijaka (razdalja med središčem odprtine in prehodom v pravokotni valovod) znaša $h=25$ cm. Pri kateri frekvenci $f=?$ doseže največja fazna napaka na odprtini lijaka vrednost $\Delta\varphi=\pi$? Koliko znaša smernost lijaka $D=?$ pri dani frekvenci, če lijak vzbuja z valovodnim rodом TE₀₁ in napako faze povsem popravimo z zbiralno lečo? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$\Delta l = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + h^2 - h = \underline{8,07 \text{ mm}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = k \cdot \Delta l \\ k = \frac{2\pi f}{c} \end{array} \right\} f = \frac{\Delta\varphi \cdot c}{\Delta l \cdot 2\pi} = \underline{\underline{18,6 \text{ GHz}}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta_0 \quad A = ab$$

$$\eta_0 = \frac{8}{\pi^2} \quad \text{za rod TE}_{01} \quad D = \frac{4\pi}{c^2} f^2 ab \cdot \frac{8}{\pi^2} = \underline{\underline{312,8 = 24,95 \text{ dBi}}}$$

(V/21/9/99/3)

Izračunajte dobitek G (dBi) zrcalne sprejemne antene premera $2r=60$ cm, če znaša izkoristek osvetlitve zrcala $\eta=70\%$ na frekvenci $f=12$ GHz. Kolikšen je dobitek istega zrcala na frekvenci $f'=4$ GHz, če na tej frekvenci izkoristek osvetlitve upade na $\eta'=60\%$?

$$G_{\text{dB}} = 10 \log \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \eta A \right) = 10 \log \left(\eta \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \pi r^2 \right) = 10 \log \left[\eta \left(\frac{2\pi r f}{c} \right)^2 \right]$$

$$G_{\text{dB}} = 10 \log \left[0,7 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 12 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \right)^2 \right] = \underline{\underline{36 \text{ dBi}}}$$

$$G'_{\text{dB}} = 10 \log \left[0,6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 4 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \right)^2 \right] = \underline{\underline{25,8 \text{ dBi}}}$$

(V/24/6/04/3)

Določite smernost $D=?$ (v decibelih) krožne odprtine premera $d=30\lambda$, če jakost polja na površini odprtine upada od največje na sredini odprtine na vrednost nič na robu odprtine. Vse točke odprtine vzbujamo sofazno, napake v fazi zato zanemarimo. ($f=12$ GHz, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$E = E_0 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right)$$

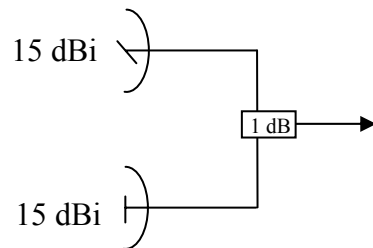
$$r_0 = \frac{d}{2} = 15\lambda = \text{polmer odprtine}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \frac{\left| \int_A E \, dA \right|^2}{\int_A |E|^2 \, dA} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \frac{\left| \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} E_0 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) r \, dr \, d\phi \right|^2}{\int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \left| E_0 \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) \right|^2 r \, dr \, d\phi} = \frac{8\pi^2 \left| \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) r \, dr \right|^2}{\lambda^2 \int_0^{r_0} \left(1 - 2\frac{r}{r_0} + \frac{r^2}{r_0^2} \right) r \, dr} = \frac{8\pi^2 \left(\frac{r_0^2}{6} \right)^2}{\lambda^2 \left(\frac{r_0^2}{12} \right)}$$

$$D = \frac{8\pi^2}{3} \cdot 15^2 = \underline{\underline{5922 = 37,72 \text{ dBi}}}$$

(V/17/9/03/4)

Krožno polarizirano anteno sestavimo iz dveh enakih linearno polariziranih anten z dobitkom $G_e=15$ dBi, ki jih zasučemo okoli osi glavnega snopa tako, da proizvajata električno polje pod pravim kotom. Koliko znaša dobitek krožno polarizirane antene $G=?$, če znašajo izgube v napajalnem vezju obeh linearno polariziranih anten $a=1$ dB?



$$G = G_e - a = 15 \text{ dBi} - 1 \text{ dB} = \underline{\underline{14 \text{ dBi}}}$$

8. ŠUMNA TEMPERATURA IN ŠUMNO ŠTEVILO

(V/23/2/01/2)

Izračunajte šumno temperaturo antene GPS sprejemnika $T_A=?$, ki ima amplitudni smerni diagram $F(\theta,\phi)=1+\cos\theta$. Anteno usmerimo v nebo s šumno temperaturo $T_N=4$ K, neželeni snop navzdol pa vidi Zemljo s šumno temperaturo $T_Z=300$ K. Sama antena je brezizgubna in ne vnaša dodatnega šuma.

$$T_A = \frac{\int_{4\pi} T(\theta,\phi) \cdot |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{\int_0^\pi T(\theta) \cdot (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta}{\int_0^\pi (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta} = \frac{\int_{-1}^0 T_Z (1+u)^2 du + \int_0^1 T_N (1+u)^2 du}{\int_{-1}^1 (1+u)^2 du}$$

$$T_A = \frac{T_Z \cdot \frac{1}{3} + T_N \cdot \frac{7}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{T_Z + 7T_N}{8} = \underline{\underline{41 \text{ K}}}$$

$$u = \cos\theta \quad \int (1+u)^2 du = u + u^2 + \frac{u^3}{3}$$

(V/7/4/00/4)

Izračunajte šumno temperaturo antene $T_A=?$ GPS sprejemnika, ki ima smerni diagram $F(\theta,\phi)=1+\cos\theta$ in je obrnjena v nebo s temperaturo $T_N=10$ K, spodnji del smernega diagrama pa vidi Zemljo s $T_Z=290$ K. Anteno smatramo za brezizgubno (izkoristek $\eta=1$).

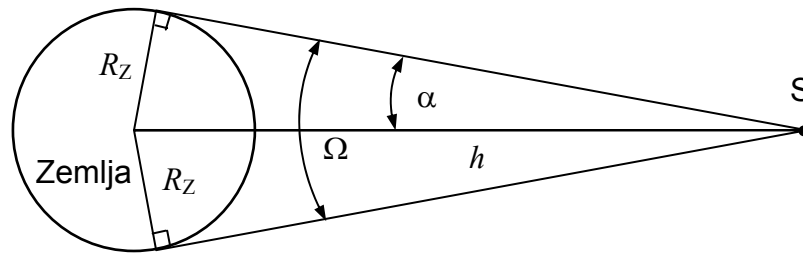
$$T_A = \frac{\int_{4\pi} T(\theta,\phi) \cdot |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{T_N \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta + T_Z \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta}{\int_0^\pi (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta}$$

$$T_A = \frac{T_N \cdot \frac{7}{3} + T_Z \cdot \frac{1}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{7T_N + T_Z}{8} = \frac{7 \cdot 10 \text{ K} + 290 \text{ K}}{8} = \underline{\underline{45 \text{ K}}}$$

$$\int (1+\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta = -\int (1+2u+u^2) du = -u - u^2 - \frac{u^3}{3}$$

(V/22/2/02/3)

Izračunajte šumno temperaturo neusmerjene sprejemne antene za telekomando na krovu satelita v tirnici na višini $h=2000$ km nad zemeljsko površino. Šumna temperatura Zemlje znaša $T_Z=300$ K in šumna temperatura neba $T_N=4$ K. Frekvenca telekomande je dovolj visoka, da lahko šum Sonca in ostalih nebesnih teles zanemarimo. ($R_Z=6378$ km)



$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

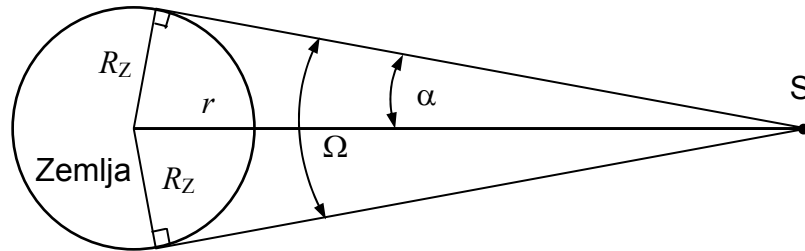
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}\right) = 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{R_Z + h}\right)^2}\right)$$

$$T_A = \frac{T_Z \Omega + T_N (4\pi - \Omega)}{4\pi} = \frac{T_Z}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{R_Z + h}\right)^2}\right) + \frac{T_N}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{R_Z + h}\right)^2}\right)$$

$$T_A = \frac{300 \text{ K}}{2} \cdot 0,352 + \frac{4 \text{ K}}{2} \cdot 1,648 = \underline{\underline{56,5 \text{ K}}}$$

(U/18/2/05/4)

Satelit se nahaja v eliptični tirnici z ekscentričnostjo $e=0,5$ in periodo $T=10\text{h}$. Izračunajte najvišjo T_{\max} in najnižjo T_{\min} šumno temperaturo neusmerjene, brezizgubne antene na krovu satelita, če seva Zemlja kot črno telo s $T=280\text{ K}$, temno nebo $T_N=4\text{ K}$ in ostale izvore šuma zanemarimo! ($R_Z=6378\text{ km}$, $\mu=3,986\cdot 10^{14}\text{ m}^3/\text{s}^2$)



$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \underline{23565\text{ km}}$$

Oddaljenost satelita od središča Zemlje v perigeju znaša

$$r_p = a(1 - e) = \underline{11782\text{ km}}$$

Oddaljenost satelita od središča Zemlje v apogeju znaša

$$r_a = a(1 + e) = \underline{35347\text{ km}}$$

$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{r}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{r} \right)^2} \right) = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - R_Z^2}}{r} \right)$$

$$T_A = \frac{T_Z \Omega + T_N (4\pi - \Omega)}{4\pi}$$

$$\underline{\Omega_p = 1,0002\text{ srd}} \quad \Rightarrow \quad T_{A,p} = T_{\max} = \underline{25,97\text{ K}}$$

$$\underline{\Omega_a = 0,1031\text{ srd}} \quad \Rightarrow \quad T_{A,a} = T_{\min} = \underline{6,27\text{ K}}$$

(V/26/1/04/4)

Izračunajte šumno temperaturo brezizgubne antene $T_A=?$ plovila, ki je pristalo na Luni. Glavni snop antene s smernostjo $D=25$ dBi je usmerjen na Zemljo s povprečno šumno temperaturo $T_Z=260$ K, ozadje Zemlje je hladno nebo s šumno temperaturo $T_N=4$ K. Zemlja se nahaja na oddaljenosti $r=400000$ km od Lune. ($f=8,4$ GHz, $R_Z=6378$ km, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\Omega_Z = \frac{A_Z}{r^2} = \frac{\pi R_Z^2}{r^2} = \underline{7,99 \cdot 10^{-4} \text{ srd}} \ll \Omega_A \approx \frac{4\pi}{D}$$

$$D = 25 \text{ dBi} = \underline{316}$$

$$T_A = \frac{\Omega_Z}{\Omega_A} \cdot T_Z + \frac{\Omega_A - \Omega_Z}{\Omega_A} \cdot T_N = \frac{\Omega_Z D}{4\pi} \cdot T_Z + \left(1 - \frac{\Omega_Z D}{4\pi}\right) T_N = 0,0201 T_Z + 0,9799 T_N = \underline{\underline{9,15 \text{ K}}}$$

(V/24/6/04/4)

Brezizgubno anteno z dobitkom $G=20$ dBi usmerimo v Sonce. Izračunajte šumno moč $P_N=?$ na antenskem priključku v pasovni širini $B=4$ MHz, če znaša šumna temperatura Sonca $T_S=1,0 \cdot 10^6$ K na frekvenci $f=1$ GHz, šumna temperatura neba v ozadju pa $T_N=10$ K. Sonce vidimo kot krožno ploščo pod zornim kotom $\alpha=0,5^\circ$. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$G = 20 \text{ dBi} = \underline{100}$$

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{G} = \underline{0,1257 \text{ srd}}$$

$$\Omega_S = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = \underline{59,81 \cdot 10^{-6} \text{ srd}}$$

$$T_A = T_S \cdot \frac{\Omega_S}{\Omega_A} + T_N \left(1 - \frac{\Omega_S}{\Omega_A}\right) = 475,96 \text{ K} + 9,99 \text{ K} = \underline{\underline{485,96 \text{ K}}}$$

$$P_N = B k_B T_A = \underline{\underline{2,682 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -135,72 \text{ dBm}}}$$

(U/1/10/04)

Vremenski satelit oddaja na frekvenci $f=1707$ MHz z efektivno izsevano močjo $EIRP=1$ W (angl. Effective Isotropic Radiated Power) v smeri zemeljske postaje. Izračunajte razmerje signal/šum S/N v decibelih v sprejemniku z anteno z dobitkom $G=20$ dBi, skupno šumno temperaturo $T=150$ K in pasovno širino $B=30$ kHz. Razdalja satelit sprejemnik znaša $d=3000$ km. ($c=3\cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K)

$$G = 20 \text{ dBi} = \underline{100}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,1757 \text{ m}}$$

$$P_s = P_o G_o G \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = EIRP \cdot G \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = 1 \text{ W} \cdot 100 \cdot \left(\frac{0,1757 \text{ m}}{4\pi \cdot 3000 \text{ km}} \right)^2 = \underline{\underline{2,17 \cdot 10^{-15} \text{ W}}}$$

$$P_N = B k_B T = 6,21 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

$$\frac{S}{N} = 10 \log \left(\frac{P_s}{P_N} \right) = \underline{\underline{15,44 \text{ dB}}}$$

(V/19/10/01/4)

Satelitska sprejemna antena ima šumno temperaturo $T_a=30$ K. Sprejemnik sestavlja nizkošumni ojačevalnik s šumnim številom $F_n=0,5$ dB in mešalnik ter ostale stopnje s šumnim številom $F_m=10$ dB. Kolikšno naj bo ojačenje nizkošumnega ojačevalnika $G_n=?$, da celotna šumna temperatura sistema ne preseže $T=100$ K? ($T_o=293$ K)

$$T_n = T_o \left(10^{\frac{F_n}{10}} - 1 \right) = \underline{35,75 \text{ K}}$$

$$T_m = T_o \left(10^{\frac{F_m}{10}} - 1 \right) = \underline{2637 \text{ K}}$$

$$T = T_a + T_n + \frac{T_m}{G_n} \rightarrow G_n = \frac{T_m}{T - T_a - T_n} = \frac{2637 \text{ K}}{100 \text{ K} - 30 \text{ K} - 35,75 \text{ K}} = \underline{\underline{76,996 = 18,86 \text{ dB}}}$$

(V/21/9/99/4)

Določite šumno število ojačevalnika F_O (v dB), ki ga priključimo na vhodne sponke sprejemnika s šumnim številom $F_S=12$ dB. Ojačenje ojačevalnika znaša $G_O=22$ dB, šumno število celotne verige pa naj ne bo večje od $F_{\max}=2$ dB. Pri izračunu upoštevajte tudi slabljenje $a=3$ dB v vodu, ki povezuje ojačevalnik in sprejemnik.

$$F_{\max} = 2 \text{ dB} = \underline{1,585}$$

$$F_S = 12 \text{ dB} = \underline{15,85}$$

$$G_O = 22 \text{ dB} = \underline{158,5}$$

$$a = 3 \text{ dB} = \underline{2}$$

$$F_{\max} = F_O + \frac{F_S a - 1}{G_O} \rightarrow F_O = F_{\max} - \frac{F_S a - 1}{G_O} = 1,585 - \frac{31,7 - 1}{158,5} = \underline{\underline{1,391}}$$

$$F_{O(\text{dB})} = 10 \log F_O = \underline{\underline{1,43 \text{ dB}}}$$

(V/25/2/03/4)

Izračunajte skupno šumno temperaturo sprejemnega sistema $T=?$, če je sprejemnik opremljen z neusmerjeno in brezizgubno anteno. Šumna temperatura neba znaša $T_N=20$ K in šumna temperatura Zemlje $T_Z=T_O=293$ K. Sprejemnik vsebuje večje število ojačevalnih stopenj, zgrajenih s tranzistorji, ki na dani frekvenci omogočajo šumno število $F_t=3$ dB in ojačenje $G_t=10$ dB.

$$\text{Neusmerjena antena: } T_A = \frac{T_N + T_Z}{2} = \underline{156,5 \text{ K}}$$

$$G_t = 10 \text{ dB} = \underline{10}$$

$$T_t = T_O \left(10^{\frac{F_t}{10}} - 1 \right) \approx \underline{293 \text{ K}}$$

$$T_S = T_t + \frac{T_t}{G} + \frac{T_t}{G^2} + \frac{T_t}{G^3} + \dots = \frac{T_t}{1 - G^{-1}} = \frac{293 \text{ K}}{1 - 0,1} = \underline{325,6 \text{ K}}$$

$$T = T_A + T_S = \underline{\underline{482 \text{ K}}}$$

(V/28/6/00/4)

Pri gradnji občutljivega sprejemnika moramo poleg šuma vhodne stopnje upoštevati tudi prispevek naslednjih stopenj. Kolikšno šumno temperaturo $T_S=?$ in kolikšno šumno število $F_S=?$ celotnega sprejemnika lahko dosežemo s tranzistorji, ki na dani frekvenci omogočajo ojačenje $G=9$ dB pri šumnem številu $F=3$ dB posamezne ojačevalne stopnje? Temperatura okolice je $T_O=293$ K.

$$T = T_O \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) \approx \underline{293 \text{ K}}$$

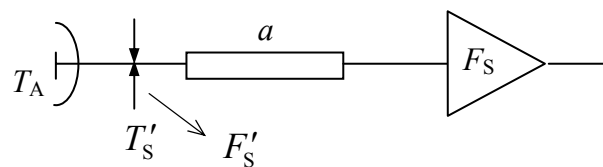
$$G = 9 \text{ dB} = \underline{8}$$

$$T_S = T + \frac{T}{G} + \frac{T}{G^2} + \frac{T}{G^3} + \frac{T}{G^4} + \dots = \frac{T}{1 - \frac{1}{G}} = \frac{293 \text{ K}}{1 - \frac{1}{8}} = \underline{\underline{334,8 \text{ K}}}$$

$$F_S = 10 \log \left(\frac{T_S}{T_O} + 1 \right) = \underline{\underline{3,31 \text{ dB}}}$$

(V/30/9/04/4)

Izračunajte skupno šumno temperaturo sprejemnega sistema $T=?$. Antena je usmerjena v hladno nebo s šumno temperaturo $T_N=10$ K, šumno temperaturo antene dodatno povečajo za $\Delta T=30$ K stranski snopi, ki vidijo toplo okolico na Zemlji. Sprejemnik ima šumno število $F_S=1,5$ dB in je vezan do antene s prenosnim vodom na temperaturi okolice $T_V=293$ K ter vnaša $a=0,8$ dB izgub. ($T_O=293$ K, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)



$$F'_S = F_S + a = \underline{\underline{2,3 \text{ dB}}}$$

$$T_A = T_N + \Delta T = \underline{\underline{40 \text{ K}}}$$

$$T'_S = T_O \left(10^{\frac{F'_S}{10}} - 1 \right) = \underline{\underline{204,6 \text{ K}}}$$

$$T = T_A + T'_S = \underline{\underline{244,6 \text{ K}}}$$

(U/31/01/08/1)

Sprejemnik na krovu vesoljskega plovila ima šumno temperaturo $T_S=30$ K in je povezan preko voda z izgubami do antene s $T_A=50$ K. Izračunajte skupno nadomestno šumno temperaturo sistema $T=?$, če ima antenski vod $a=1$ dB izgub in se nahaja na senčni strani plovila na $T_K=200$ K! ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$T = a \left(T_S + T_K \left(1 - \frac{1}{a} \right) + T_A \frac{1}{a} \right) = aT_S + (a-1)T_K + T_A$$

$$a = 1 \text{ dB} = \underline{1,259}$$

$$T = 1,259 \cdot 30\text{K} + (1,259 - 1) \cdot 200\text{K} + 50\text{K} = \underline{\underline{139,6\text{K}}}$$

(V/6/6/01/5)

Televizijski sprejemnik ($B=7$ MHz) ima šumno število $F_S=9$ dB. Kolikšno mora biti ojačenje $G_O=?$ (v decibelih) nizkošumnega ojačevalnika s šumnim številom $F_O=3$ dB, da z vgradnjo ojačevalnika izboljšamo razmerje signal/šum za faktor 4-krat? Sprejemna antena je usmerjena v oddajnik na obzorju tako, da polovica smernega diagrama vidi Zemljo ($T_Z=T_0=293$ K), druga polovica smernega diagrama pa hladno nebo $T_N=4$ K.

$$T_A = \frac{1}{2}(T_Z + T_N) = \underline{148,5 \text{ K}}$$

$$T_{oj} = T_0 \left(10^{\frac{F_O}{10}} - 1 \right) = \underline{292 \text{ K}}$$

$$T_S = T_0 \left(10^{\frac{F_S}{10}} - 1 \right) = \underline{2034 \text{ K}}$$

$$T_1 = T_A + T_S = \underline{2183 \text{ K}}$$

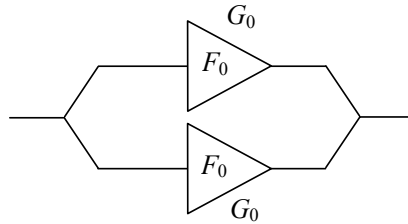
$$T = T_A + T_{oj} + \frac{T_S}{G_O} = \frac{T_1}{4}$$

$$G_O = \frac{T_S}{\frac{T_1}{4} - T_A - T_{oj}} = \underline{19,3}$$

$$G_{\text{OdB}} = 10 \log G_O = \underline{\underline{12,8 \text{ dB}}}$$

(V/14/7/05/5)

Dva enaka ojačevalnika s šumnim številom $F_0=3$ dB in ojačenjem $G_0=25$ dB vežemo vzporedno, da zmanjšamo intermodulacijsko popačenje. Izračunajte šumno število $F=?$ in ojačenje $G=?$ takšne vezave, če vzporedno vezavo izvedemo z brezizgubnimi vezji za prilagoditev impedance.



$$F = F_0 = \underline{\underline{3 \text{ dB}}}$$

$$G = G_0 = \underline{\underline{25 \text{ dB}}}$$

9. INTERMODULACIJSKI PRODUKTI

(V/24/6/03/5)

Linearni pretvornik na krovu satelit Inmarsat sprejema signale upravnih postaj v frekvenčnem pasu 6,4 GHz in jih oddaja mobilnim uporabnikom v frekvenčnem pasu 1,5 GHz. Izračunajte potrebno enosmerno moč napajanja oddajnika $P_n=?$ na krovu satelita, če naj znaša skupna oddana moč proti uporabnikom $P_o=50$ W. Izhodna stopnja oddajnika doseže pri P_{1dB} izkoristek $\eta=30$ % in razmerje P_{IP3}/P_{1dB} znaša 15 dB. Uporabniki zahtevajo, da moč intermodulacijskih produktov ne preseže vrednosti -40 dB koristnega signala.

$$\frac{P_{IMD}}{P_o} = -40 \text{ dB} = 10^{-4}$$

$$\frac{P_{IP3}}{P_{1dB}} = 15 \text{ dB} = 31,6$$

$$P_{IP3} = \sqrt{\frac{P_o^3}{P_{IMD}}} = \frac{P_o}{\sqrt{10^{-4}}} = 5 \text{ kW}$$

$$P_{1dB} = \frac{P_{IP3}}{31,6} = 158,1 \text{ W}$$

$$P_n = \frac{P_{1dB}}{\eta} = 527 \text{ W}$$

(V/26/1/04/5)

Izračunajte zmogljivost $C=?$ radijske zveze točka-točka na frekvenci $f=6$ GHz. Radijska zveza je opremljena z antenama z dobitki $G_o=G_s=20$ dBi, ki se nahajata na razdalji $d=100$ km. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=1000$ K, razpoložljiva pasovna širina pa $B=50$ MHz. Oddajnik je opremljen z izhodno stopnjo s presečno točko tretjega reda $P_{IP3}=10$ W, pri uporabi naj jakost IMD ne preseže vrednosti $a=-70$ dB glede na koristni signal. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$a = -70 \text{ dB} = 10^{-7} = \frac{P_{IMD}}{P_{LIN}} = \left(\frac{P_{LIN}}{P_{IP3}} \right)^2$$

$$P_{LIN} = P_{IP3} \sqrt{10^{-7}} = 3,16 \text{ mW}$$

$$\lambda = \frac{c_o}{f} = 0,05 \text{ m}$$

$$G_o = G_s = 20 \text{ dBi} = 100$$

$$P_s = P_{LIN} G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = 5 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

$$P_N = B k_B T = 6,9 \cdot 10^{-13} \text{ W}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = 5,05 \text{ Mbit/s}$$

(V/24/6/04/5)

Pri ugaševanju sprejemnika najdemo v množici signalov dva močna signala na frekvencah $f_1=95$ MHz in $f_2=99$ MHz ter motnjo na frekvenci $f_m=102$ MHz. Na kateri frekvenci $f_3=?$ oddaja tretji oddajnik, če sklepamo, da je vzrok motnje intermodulacijsko popačenje tretjega reda (IMD3) v vhodnih stopnjah sprejemnika? Poiščite vse rešitve naloge.

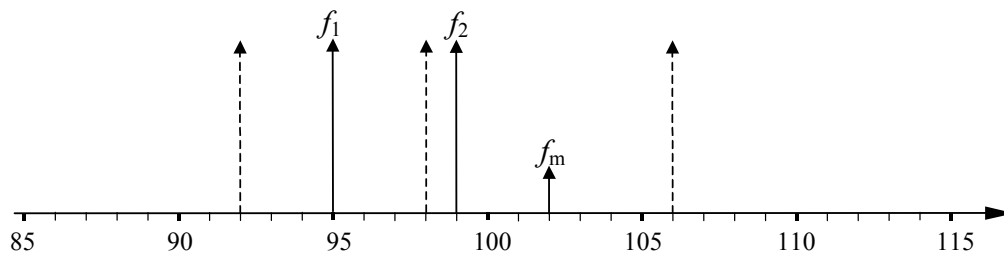
$$\text{IMD3: } f_m = f_A + f_B - f_C$$

f_A, f_B, f_C izbiramo med $f_1, f_2, f_3 \rightarrow$ tri možne rešitve:

$$1. \text{ rešitev: } f_m = f_1 + f_2 - f_3 \rightarrow f_3 = f_1 + f_2 - f_m = \underline{\underline{92 \text{ MHz}}}$$

$$2. \text{ rešitev: } f_m = f_3 + f_1 - f_2 \rightarrow f_3 = f_2 + f_m - f_1 = \underline{\underline{106 \text{ MHz}}}$$

$$3. \text{ rešitev: } f_m = f_2 + f_3 - f_1 \rightarrow f_3 = f_m + f_1 - f_2 = \underline{\underline{98 \text{ MHz}}}$$



(U/1/10/04/3)

Na UKV radijskem sprejemniku (frekvenčna modulacija) slišimo motnjo na frekvenci $f_m=101,2$ MHz, ki vsebuje modulacijo treh različnih radijskih oddajnikov. Zato sklepamo, da motnjo povzroča intermodulacijsko popačenje tretjega reda (IMD3) v vhodnih stopnjah sprejemnika. Prva dva oddajnika najdemo na frekvencah $f_1=99,8$ MHz in $f_2=100,2$ MHz. Na kateri frekvenci $f_3=?$ oddaja tretji oddajnik? Poiščite vse rešitve naloge.

$$\text{IMD3: } f_m = f_A + f_B - f_C$$

f_A, f_B, f_C izbiramo med $f_1, f_2, f_3 \rightarrow$ tri možne rešitve:

$$1. \text{ rešitev: } f_m = f_1 + f_2 - f_3 \rightarrow f_3 = f_1 + f_2 - f_m = \underline{\underline{98,8 \text{ MHz}}}$$

$$2. \text{ rešitev: } f_m = f_3 + f_1 - f_2 \rightarrow f_3 = f_2 + f_m - f_1 = \underline{\underline{101,6 \text{ MHz}}}$$

$$3. \text{ rešitev: } f_m = f_2 + f_3 - f_1 \rightarrow f_3 = f_m + f_1 - f_2 = \underline{\underline{100,8 \text{ MHz}}}$$

(U/17/9/03/2)

Radijski sprejemnik je uglašen na frekvenci $f_s=6573$ kHz, kjer poleg želenega signala sprejema tudi razmeroma močno motnjo. S spektralnim analizatorjem najdemo najverjetnejši vzrok motnje, dva zelo močna signala na frekvenci $f_1=6521$ kHz in $f_2=6534$ kHz. Za koliko dB se izboljša razmerje signal/motnja, če med anteno in sprejemnik vgradimo 6 dB slabilnik?

$$f_2 - f_1 = 13 \text{ kHz}$$

$$f_{\text{IMD3}} = 6547 \text{ kHz}$$

$$f_{\text{IMD5}} = 6560 \text{ kHz}$$

$$f_{\text{IMD7}} = 6573 \text{ kHz} = f_s$$

$$\left. \begin{array}{l} P_S' = \frac{P_S}{a} \\ P_{\text{IMD7}}' = \frac{P_{\text{IMD7}}}{a^7} \end{array} \right\} x = 7a - a = 6a = \underline{\underline{26 \text{ dB}}}$$

(V/7/4/00/5)

Televizijski oddajnik ima izhodni ojačevalnik s presečno točko tretjega reda $P_{\text{IP3}}=+50$ dBm. Izračunajte frekvence in moči vseh intermodulacijskih produktov, če znaša moč slikovnega nosilca $P_S=3$ W na frekvenci $f_s=623,25$ MHz in moč tonskega nosilca $P_T=0,3$ W na frekvenci $f_T=628,75$ MHz.

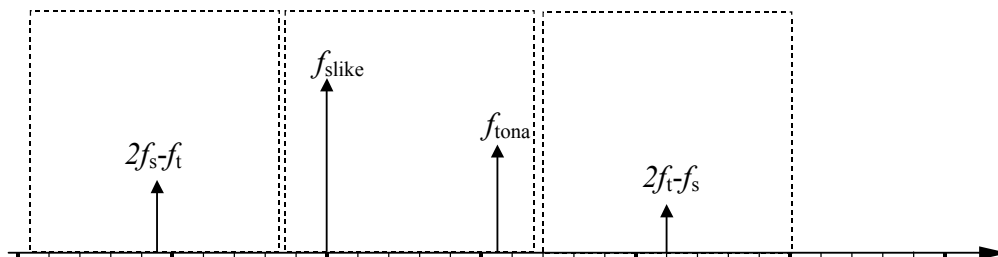
$$P_{\text{IP3}} = 50 \text{ dBm} = \underline{\underline{100 \text{ W}}}$$

$$f_A = 2f_s - f_T = \underline{\underline{617,75 \text{ MHz}}}$$

$$P_A = \frac{P_S^2 P_T}{P_{\text{IP3}}^2} = \underline{\underline{0,27 \text{ mW} = -5,7 \text{ dBm}}}$$

$$f_B = 2f_T - f_s = \underline{\underline{634,25 \text{ MHz}}}$$

$$P_B = \frac{P_T^2 P_S}{P_{\text{IP3}}^2} = \underline{\underline{0,027 \text{ mW} = -15,7 \text{ dBm}}}$$



(V/27/9/00/5)

Radijski sprejemnik sliši tri enako močne signale $P = -60$ dBm na frekvencah $f_1 = 90$ MHz, $f_2 = 95$ MHz in $f_3 = 100$ MHz. Določite zahtevano presečno točko sprejemnika $P_{IP3} = ?$, da na frekvenci f_3 dosežemo razmerje signal/motnja vsaj $S/I = 45$ dB. Pri računu predpostavljamo, da je edini izvor motenj intermodulacijsko popačenje tretjega reda, šum in ostale motnje zanemarimo.

$$P_{IMD_{dBm}} = 3P_{dBm} - 2P_{IP3_{dBm}} = P_{dBm} - \left(\frac{S}{I}\right)_{dB} \rightarrow P_{IP3_{dBm}} = P_{dBm} + \frac{1}{2}\left(\frac{S}{I}\right)_{dB}$$

$$P_{IP3_{dBm}} = -60 \text{ dBm} + \frac{1}{2} \cdot 45 \text{ dB} = \underline{\underline{-37,5 \text{ dBm}}}$$

(V/30/9/04/5)

Enosmerni izvor na satelitu zagotavlja moč $P_{izvor} = 500$ W. Kolikšno izhodno moč $P_O = ?$ lahko doseže oddajnik z izhodno stopnjo v razredu "A", če zahtevamo, da so intermodulacijski produkti zadušeni za $a = 30$ dB glede na koristni signal? Izkoristek ojačevalnika znaša $\eta = 25\%$ pri P_{1dB} , razmerje $P_{IP3}/P_{1dB} = 15$ dB.

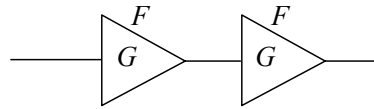
$$a = 30 \text{ dB} = 1000$$

$$P_{1dB} = \eta P_{izvor} = \underline{125 \text{ W}}$$

$$P_{IP3} = P_{1dB} \cdot 10^{\frac{15 \text{ dB}}{10}} = \underline{3952,8 \text{ W}}$$

$$P_{IMD} = \frac{P_O}{1000} = \frac{P_O^3}{P_{IP3}^2} \rightarrow P_O = \frac{P_{IP3}}{\sqrt{1000}} = \underline{\underline{125 \text{ W}}}$$

Predojačevalnik za satelitski sprejemni je sestavljen iz dveh zaporednih ojačevalnih stopenj, v kateri vsaka vsebuje po eden ATF-35176 tranzistor. V specifikaciji je zabeleženo, da ima vsak takšen tranzistor maksimalno šumno število 0,9 dB in ojačenje 15 dB. Izračunaj skupno ojačenje predojačevalnika in skupno maksimalno šumno število. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T_0=293$ K)



$$G = 15 \text{ dB} = 10^{\frac{15 \text{ dB}}{10}} = \underline{31,6}$$

$$T = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = 293 \text{ K} \cdot \left(10^{\frac{0,9 \text{ dB}}{10}} - 1 \right) = \underline{67,5 \text{ K}}$$

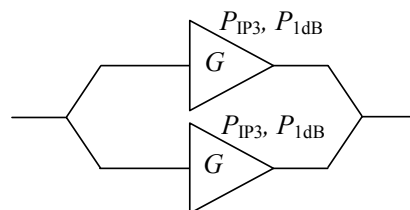
$$T_s = T + \frac{T}{G} = 67,5 \text{ K} + \frac{67,5 \text{ K}}{31,6} = \underline{69,6 \text{ K}}$$

$$F_s = 10 \log \left(\frac{T_s}{T_0} + 1 \right) = \underline{0,93 \text{ dB}}$$

$$G_s = 15 \text{ dB} + 15 \text{ dB} = \underline{30 \text{ dB}}$$

(V/22/2/02/5)

Močnostni ojačevalnik ima ojačenje $G=25$ dB, presečno točko tretjega reda $P_{IP3}=+40$ dBm in moč nasičenja $P_{1dB}=+30$ dBm. Določite vse tri veličine (G' , P'_{IP3} in P'_{1dB}) za vzporedno vezavo dveh takšnih ojačevalnikov, če vhodno in izhodno impedanco vzporedne vezave prilagodimo z brezizgubnimi transformatorji impedance.



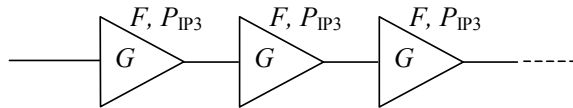
$$G' = G = \underline{25 \text{ dB}}$$

$$P'_{IP3} = P_{IP3} + 3 \text{ dB} = \underline{+43 \text{ dBm}}$$

$$P'_{1dB} = P_{1dB} + 3 \text{ dB} = \underline{+33 \text{ dBm}}$$

(U/21/6/06/2)

Ojačevalnik sestavimo iz dolge verige MMIC gradnikov, ki imajo ojačenje $G=9$ dB, šumno število $F=6$ dB in moč presečne točke $P_{IP3}=20$ dBm pri vhodni in izhodni impedanci $Z_k=50 \Omega$. Izračunajte šumno število F in moč presečne točke P_{IP3} neskončno dolge verige! ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T_0=293$ K)



$$T = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{293 \text{ K}}$$

$$G = 9 \text{ dB} = \underline{8}$$

$$T_s = T + \frac{T}{G} + \frac{T}{G^2} + \frac{T}{G^3} + \frac{T}{G^4} + \dots = \frac{T}{1 - \frac{1}{G}} = \frac{293 \text{ K}}{1 - \frac{1}{8}} = \underline{334,8 \text{ K}}$$

$$F_s = 10 \log \left(\frac{T_s}{T_0} + 1 \right) = \underline{3,31 \text{ dB}}$$

(V/23/2/01/5)

Sprejemnik ima pasovno širino $B=30$ MHz, šumno število $F=1$ dB in presečno točko tretjega reda $P_{IP3}=-10$ dBm. Izračunajte moč vhodnega signala $P_S=?$, ko bo toplotni šum sprejemnika enako močen kot intermodulacijski produkt. Sprejemnik je priključen na anteno s šumno temperaturo $T_A=100$ K. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$T_0 = 293 \text{ K}$$

$$T_s = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{75,9 \text{ K}}$$

$$T = T_s + T_A = \underline{175,9 \text{ K}}$$

$$P_N = B k_B T = 30 \cdot 10^6 / \text{s} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 175,9 \text{ K} = \underline{7,28 \cdot 10^{-14} \text{ W}}$$

$$P_{IP3} = -10 \text{ dBm} = \underline{100 \mu\text{W}}$$

$$P_{IMD} = \frac{P_{LIN}^3}{P_{IP3}^2} \rightarrow P_S = \sqrt[3]{P_{IP3}^2 \cdot P_N} = \sqrt[3]{10^{-8} \text{ W}^2 \cdot 7,28 \cdot 10^{-14} \text{ W}} = \underline{90 \text{ nW} = -40,5 \text{ dBm}}$$

(V/27/1/05/5)

Sprejemnik s šumno temperaturo $T_S=150$ K in pasovno širino $B=30$ MHz pri osrednji frekvenci nosilca $f_0=12$ GHz je priključen na anteno s šumno temperaturo $T_A=60$ K. Izračunajte moč presečne točke tretjega reda $P_{IP3}=?$ na vходу sprejemnika, če sta jakosti šuma in intermodulacijskih produktov tretjega reda enaki $P_n=P_{imd3}$ pri vhodnem signalu $P_S=-60$ dBm. ($T_0=293$ K, $c=3\cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K)

$$P_S = -60 \text{ dBm} = 10^{-9} \text{ W}$$

$$P_{imd} = P_n = Bk_B(T_A + T_S) = 30 \text{ MHz} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot (60 \text{ K} + 150 \text{ K}) = 8,69 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

$$P_{imd} = \frac{P_S^3}{P_{ip3}^2} \rightarrow P_{ip3} = \sqrt{\frac{P_S^3}{P_{imd}}} = \underline{\underline{1,07 \cdot 10^{-7} \text{ W} = 107 \text{ nW} = -39,7 \text{ dBm}}}$$

10. ZMOGLJIVOST ZVEZE

(V/27/1/05/2)

Antena je priključena na sprejemnik, ki vsebuje nizkošumni ojačevalnik z ojačenjem $G=50$ dB in šumnim številom $F=2$ dB ter pasovno sito širine $B=5$ MHz. S spektralnim analizatorjem izmerimo na izhodu sprejemnika razmerje signal/šum=35 dB v pasovni širini medfrekvence spektralnega analizatorja $B_{mf}=100$ kHz. Kolikšna je teoretska zmogljivost $C=?$ takšne radijske zveze? ($T_o=293$ K, $T_a=100$ K, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_A = 35 \text{ dB} = 10^{\frac{35 \text{ dB}}{10}} = \underline{3162}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \left(\frac{S}{N}\right)_A \cdot \frac{B_{mf}}{B} = 3162 \cdot \frac{100 \text{ kHz}}{5 \text{ MHz}} = \underline{63,2}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N}\right)\right) = 5 \text{ MHz} \cdot 6,0055 = \underline{\underline{30,03 \text{ Mbit/s}}}$$

(V/7/4/00/3)

Izračunajte zmogljivost $C=?$ (v bitih na sekundo) radijske zveze med oddajnikom na plovilu v tirnici proti Marsu in zemeljsko sprejemno postajo. Oddajnik ima moč $P_o=30$ W in anteno premera $2r_o=1$ m, sprejemna postaja ima anteno premera $2r_s=60$ m in skupno šumno temperaturo $T=30$ K. Razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $d=200 \cdot 10^6$ km, valovna dolžina je $\lambda=4$ cm, izkoristek osvetlitve obeh anten je enak $\eta=0,7$. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$A_o = \pi r_o^2 = \underline{0,785 \text{ m}^2}$$

$$A_s = \pi r_s^2 = \underline{2827 \text{ m}^2}$$

$$P_s = P_o \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{d^2 \lambda^2} = \underline{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B k_B T}\right) \Big|_{B \rightarrow \infty} = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \frac{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 30 \text{ K} \cdot \ln 2} = \underline{\underline{1,78 \text{ Mbit/s}}}$$

(V/28/6/00/3)

Zaradi dvakratnega izkoriščanja razpoložljivega frekvenčnega pasu oddaja satelit dva različna signala z idealno desno oziroma levo krožno polarizacijo. Izračunajte razmerje signal/motnja (v decibelih), če krožno polarizirano sprejemno anteno sestavimo iz dveh linearno polariziranih anten, ki sta zasukani za 90° ter napajani s faznim zamikom 90° , zaradi neidealnosti napajalnega vezja pa dobi ena antena le 95 % toka druge antene.

$$R = \frac{1}{0,95} = \underline{1,053}$$

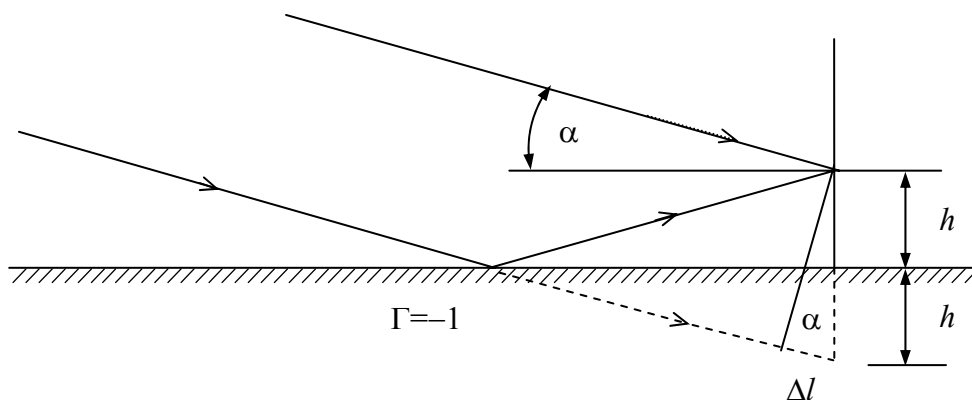
$$R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|}$$

$$|Q| = \frac{|E_L|}{|E_D|} = \frac{R-1}{R+1} = \frac{1,053-1}{1,053+1} = \underline{0,0256}$$

$$\left(\frac{P_s}{P_m}\right)_{\text{dB}} = -20 \log |Q| = -20 \log 0,0256 = \underline{\underline{31,8 \text{ dB}}}$$

(V/27/9/00/3)

Pri sprejemu satelita nas moti odboj valovanja od tal, kjer se pri nizkih vpadnih kotih valovanje vedno odbije v protifazi. Izračunajte elevacijo satelita na nebu (kot med obzorjem in smerjo proti satelitu), ko doseže signal na frekvenci $f=400$ MHz prvi maksimum, če smo postavili neusmerjeno sprejemno anteno na $h=5$ m nad tlemi. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$\Delta l = 2h \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{c}{4hf} = \arcsin \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \cdot 5 \text{ m} \cdot 4 \cdot 10^8 / \text{s}} = \underline{\underline{2,15^\circ}}$$

(V/23/2/01/3)

Antena telemetrijskega oddajnika na nazivni frekvenci $f_0=2,2$ GHz je nameščena na obodu satelita s premerom $2r=3$ m. Izračunajte kolebanje frekvence v sprejemniku na Zemlji $\Delta f=f_{\max}-f_{\min}=?$ zaradi stabilizacijskega vrtenja satelita z $v=100$ vrtljaji/min, ker se oddajna antena zaradi vrtenja enakrat približuje in nato oddaljuje od sprejemnika. ($c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$\Delta v = 2v = 2r \frac{d\varphi}{dt} = 2r \cdot 2\pi v = 3 \text{ m} \cdot 2\pi \cdot 100 / \text{min} \cdot 1 \text{ min}/60 \text{ s} = \underline{31,4 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{c_0} \cdot \Delta v = \frac{2,2 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 31,4 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{230 \text{ Hz}}$$

(V/6/6/01/3)

Satelit dvakrat izkorišča isti frekvenčni pas tako, da oddaja različne informacije z idealnima desno in levo krožno polarizacijo. Določite razmerje signal/motnja $S/M=?$ (jakost presluha) v decibelih, če je sprejemnik na Zemlji opremljen z neidealno desno krožno polarizirano anteno, ki ima osno razmerje $R=0,5$ dB.

$$R_{\text{dB}} = 20 \log R \rightarrow R = 10^{\frac{R_{\text{dB}}}{20}} = \underline{1,059}$$

$$R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \rightarrow |Q| = \frac{R-1}{R+1} = \underline{0,029}$$

$$\left(\frac{S}{M}\right)_{\text{dB}} = 20 \log |Q| = \underline{-30,8 \text{ dB}}$$

(V/19/10/01/3)

Komunikacijski satelit oddaja z vodoravno in navpično linearno polarizacijo zato, da isti frekvenčni pas izkoristi dvakrat. Izračunajte presluh $a=?$ v decibelih, ki nastane v sprejemniku z idealno linearno polarizirano anteno, ki pa je glede na ravnino polarizacije satelitske oddaje zasukana za kot $\alpha=1^\circ$ zaradi netočne vgradnje antene.

$$a = 20 \log \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 20 \log \frac{0,017452}{0,999848} = \underline{\underline{-35,16 \text{ dB}}}$$

(V/25/2/03/3)

Za boljši izkoristek radiofrekvenčnega prostora oddaja televizijski satelit na dveh med sabo pravokotnih polarizacijah (pokončna in vodoravna). Kolikšno odstopanje smeri polarizacije sprejemne antene $\alpha=?$ s lahko privoščimo, če naj razmerje signal(šum+motnja) ne pade pod $S/(N+I)=20$ dB? V slučaju idealne sprejemne antene brez presluha neželene polarizacije znaša razmerje signal/šum $S/N=25$ dB.

$$P_N = \frac{P_S}{\left(\frac{S}{N}\right)} = \frac{P_S}{25 \text{ dB}} = \frac{P_S}{316} = \underline{\underline{0,00316 P_S}}$$

$$P_N + P_i = \frac{P_S}{\left(\frac{S}{N+I}\right)} = \frac{P_S}{20 \text{ dB}} = \frac{P_S}{100} = \underline{\underline{0,01 P_S}}$$

$$P_i = (P_N + P_i) - P_N = \underline{\underline{0,00684 P_S}}$$

$$\frac{P_i}{P_S} = \left(\frac{E_V}{E_H}\right)^2 = \text{tg}^2 \alpha$$

$$\alpha = \arctg \sqrt{\frac{P_i}{P_S}} = \underline{\underline{0,083 \text{ rd} = 4,73^\circ}}$$

(V/2/7/99/4)

Izračunajte razmerje G/T celotne sprejemne verige, ki razpolaga z anteno s šumno temperaturo $T_A=50$ K in dobitkom $G=30$ dB. Na samo anteno je vgrajen ojačevalnik s šumnim številom $F_0=1$ dB in ojačenjem $A=20$ dB. Ojačevalnik krmili sprejemnik s šumnim številom $F=7$ dB. ($T_0=290$ K)

$$T_1 = T_0 \left(10^{\frac{F_0}{10}} - 1 \right) = 290 \text{ K} \cdot \left(10^{\frac{1}{10}} - 1 \right) = \underline{75 \text{ K}}$$

$$T_2 = T_0 \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{1163 \text{ K}}$$

$$A = 20 \text{ dB} = 100$$

$$G = 30 \text{ dB} = 1000$$

$$T = T_A + T_1 + \frac{T_2}{A} = 50 \text{ K} + 75 \text{ K} + \frac{1163 \text{ K}}{100} = \underline{136,7 \text{ K}}$$

$$\frac{G}{T} = \frac{1000}{136,7 \text{ K}} = \underline{\underline{7,31/\text{K}}}$$

(V/23/2/01/4)

Izračunajte zmogljivost radijske zveze $C=?$ s plovila v tirnici okoli planeta Jupiter na razdalji $d=700$ milijonov km od zemeljske sprejemne postaje. Plovilo razpolaga z oddajnikom moči $P_0=20$ W na frekvenci $f=8,4$ GHz in anteno premera $2r_0=1$ m. Zemeljski sprejemnik ima anteno premera $2r_s=30$ m in šumno temperaturo $T=30$ K. Izkoristek osvetlitve obeh anten znaša $\eta=70$ %, pasovna širina B ni omejena. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3,57 \text{ cm}}$$

$$A_0 = \pi r_0^2 = \underline{0,785 \text{ m}^2}$$

$$A_s = \pi r_s^2 = \underline{707 \text{ m}^2}$$

$$P_s = P_0 \cdot \frac{A_0 \eta_0 A_s \eta_s}{d^2 \lambda^2} = 20 \text{ W} \cdot \frac{0,785 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \cdot 707 \text{ m}^2 \cdot 0,7}{(7 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 \cdot (0,0357 \text{ m})^2} = \underline{8,7 \cdot 10^{-18} \text{ W}}$$

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \frac{8,7 \cdot 10^{-18} \text{ W}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 30 \text{ K} \cdot 0,693} = \underline{\underline{30,3 \text{ kbit/s}}}$$

(V/22/2/02/4)

Izračunajte teoretsko zmogljivost $C=?$ radijske zveze, ki razpolaga z oddajnikom moči $P_O=5$ W in neusmerjeno oddajno anteno na krovu satelita. Zemeljski sprejemnik ima anteno premera $d=3$ m z izkoristkom osvetlitve $\eta=70$ % in šumno temperaturo $T_A=40$ K. Šumna temperatura sprejemnika znaša $T_S=60$ K, pasovna širina ni omejena na osrednji frekvenci $f=8$ GHz. Razdalja od satelita do sprejemnika znaša $r=3000$ km. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$P_S = P_O \cdot \frac{A_S \eta}{4\pi r^2} = P_O \cdot \frac{d^2 \eta}{16r^2} = \underline{2,19 \cdot 10^{-13} \text{ W}}$$

$$C = \frac{P_S}{k_B (T_A + T_S) \ln 2} = \underline{\underline{229 \text{ Mbit/s}}}$$

(U/29/09/08/1)

Radijska zveza z zmogljivostjo $C=11$ Mbit/s uporablja pasovno širino $B=7$ MHz. Kolikšno zmogljivost $C'=?$ bi dosegla zveza z oddajnikom iste moči in enako spektralno gostoto šuma sprejemnika, ko pasovna širina B ni omejena? Izgube demodulatorja so v obeh primerih enake $a=2$ dB. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \Rightarrow \frac{P}{N_0} = B \cdot \left(2^{\frac{C}{B}} - 1 \right)$$

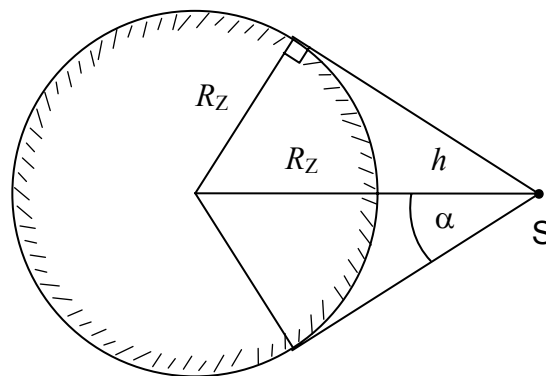
$$C' = \frac{P_S}{N_0 \ln 2} = \frac{B}{\ln 2} \cdot \left(2^{\frac{C}{B}} - 1 \right) = \underline{\underline{19,9 \text{ Mbit/s}}}$$

(U/21/6/06/1)

Robot na Marsu ima vgrajeno baterijo za enkratno uporabo z napetostjo $U=28$ V in zmogljivostjo $Q=10$ Ah. Koliko bitov informacije I lahko odda robot na Zemljo z neusmerjeno anteno na frekvenci $f=8,4$ GHz in oddajnikom z izkoristkom $\eta=30\%$? Zemeljska sprejemna postaja na oddaljenosti $d=100\,000\,000$ km, ima sprejemno anteno z efektivno površino $A_{\text{eff}}=500$ m² in skupno šumno temperaturo antene in sprejemnika $T=50$ K. Izgube demodulatorja znašajo $a=4$ dB. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

(V/19/6/02/4)

Izračunajte razmerje $G/T=?$ telekomandnega sprejemnika na krovu satelita, ki se nahaja na višini $h=200$ km nad zemeljsko površino ($R_Z=6378$ km). Zemlja seva kot črna kroglja s povprečno temperaturo $T_Z=290$ K. Povprečna šumna temperatura neba vključno s Soncem znaša $T_N=10$ K. Šumna temperatura sprejemnika znaša $T_S=30$ K. Sprejemnik je opremljen z neusmerjeno in brezizgubno ($\eta=100\%$) sprejemno anteno.



$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{R_Z + h} \right)^2} \right) = \underline{4,75 \text{ srd}}$$

$$T = T_S + \frac{T_Z \Omega + T_N (4\pi - \Omega)}{4\pi} = \underline{145,8 \text{ K}}$$

$$\underline{G = 1}$$

$$\underline{\underline{G/T = \frac{1}{89,2 \text{ K}} = 0,0068 \text{ K}^{-1}}}$$

(V/25/10/02/4)

GPS sprejemnik je opremljen z neusmerjeno brezizgubno anteno na frekvenci $f=1575,42$ MHz. Izračunajte razmerje $G/T=?$ celotne naprave, če znaša šumno število sprejemnika $F=2$ dB. Šumna temperatura neba znaša na dani frekvenci $T_N=15$ K, šumna temperatura Zemlje pa je enaka referenčni temperaturi $T_Z=T_O=293$ K. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$T_A = \frac{T_N \Omega_N + T_Z (4\pi - \Omega_N)}{4\pi} = \frac{T_N + T_Z}{2} = \underline{154 \text{ K}}$$

$$G = \eta D; D = 1; \eta = 1$$

$$T_s = T_o \left(10^{\frac{F}{10}} - 1 \right) = \underline{171 \text{ K}}$$

$$\frac{G}{T} = \frac{1}{T_A + T_s} = \underline{\underline{3,07 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} = -25,1 \text{ dB/K}}}$$

(V/14/7/05/4)

Oddajnik na satelitu je opremljen z linearno polarizirano anteno, ki omogoča zmogljivost zveze $C=50$ kbit/s v pasovni širini $B=30$ kHz. Na kakšno vrednost upade zmogljivost zveze $C'=?$, ko zaradi zasuka satelita kot med polarizacijo oddajnika in linearno polarizirano sprejemno anteno naraste na $\alpha=60^\circ$? Zmogljivost omejuje toplotni šum sprejemnika.

$$C = B \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N} \right) \right) \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right) = 2^{\frac{C}{B}} - 1 = \underline{2,175}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)' = \left(\frac{S}{N} \right) \cos^2 \alpha = \underline{0,544}$$

$$C' = B \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N} \right)' \right) = \underline{\underline{18,8 \text{ kbit/s}}}$$

(V/28/6/00/5)

Izračunajte zmogljivost $C=?$ radijske zveze iz plovila na Marsu, ki razpolaga z oddajnikom moči $P_0=10$ W in anteno premera $2r_0=1$ m, do zemeljske sprejemne postaje z anteno premera $2r_s=60$ m in skupno šumno temperaturo $T=50$ K. Izkoristek osvetlitve obeh anten znaša $\eta=70$ % na delovni frekvenci $f=8$ GHz, razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $200 \cdot 10^6$ km. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{3,75 \text{ cm}}$$

$$P_s = P_0 \cdot \frac{A_0 \eta_0 A_s \eta_s}{\lambda^2 d^2} = 10 \text{ W} \cdot \frac{\pi \cdot 0,5^2 \text{ m}^2 \cdot \pi \cdot 30^2 \text{ m}^2 \cdot 0,7^2}{(3,75 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 (200 \cdot 10^9 \text{ m})^2} = \underline{1,93 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$C = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \underline{405 \text{ kbit/s}}$$

(V/19/10/01/5)

Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_0=?$ na krovu plovila v tirnici okoli Marsa, ki je oddaljena $d=250 \cdot 10^6$ km od sprejemne postaje na Zemlji. Plovilo razpolaga z oddajno anteno premera $2r_0=1$ m na frekvenci $f=8,4$ GHz, sprejemna postaja na Zemlji pa z anteno premera $2r_s=66$ m in šumno temperaturo sistema $T=60$ K. Izkoristek osvetlitve obeh anten je $\eta=70$ %. Plovilo oddaja slike s hitrostjo $C=250$ kbit/s, oddaja pa je koordinirana tako, da znaša kodna izguba $a=4$ dB glede na Shannonovo teoretsko mejo. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{3,571 \text{ cm}} \quad C = \frac{P'_s}{k_B T \ln 2} \rightarrow P'_s = C k_B T \ln 2 = 250 \cdot 10^3 \text{ /s} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 60 \text{ K} \cdot \ln 2$$

$$P'_s = \underline{1,435 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

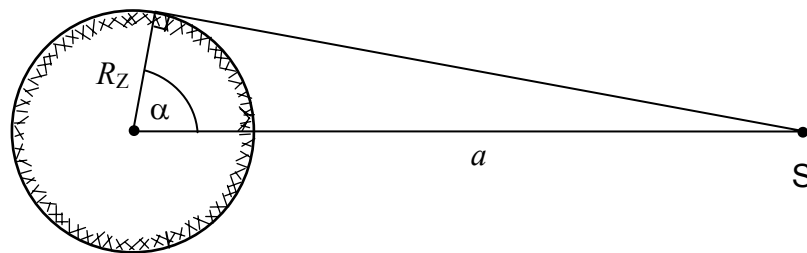
$$a = 4 \text{ dB} = \underline{2,512}$$

$$P_s = P'_s \cdot a = \underline{3,604 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$P_0 = P_s \cdot \frac{d^2 \lambda^2}{A_s \eta_s A_0 \eta_0} = P_s \cdot \frac{d^2 \lambda^2}{\pi r_s^2 \eta_s \pi r_0^2 \eta_0} = \underline{21,82 \text{ W}}$$

(V/19/6/02/5)

Izračunajte potrebno moč oddajnika na krovu satelita Inmarsat z zmogljivostjo $N=50$ istočasnih telefonskih pogovorov. Vsak telefonski kanal zahteva razmerje signal/šum $S/N=15$ dB v pasovni širini $B=15$ kHz. Zemeljske postaje so opremljene s sprejemnimi antenami z dobitki $G=10$ dBi in skupno šumno temperaturo anten in sprejemnika $T=150$ K. Antena na krovu satelita osvetli celotno poloblo, vidno iz geostacionarne tirnice ($R_Z=6378$ km, $T=1436$ min) z izkoristkom $\eta=50$ %. ($f=1,54$ GHz, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)



$$a = 42163 \text{ km}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_Z}{a}$$

$$A_g = 2\pi R_Z^2 (1 - \cos \alpha) = \underline{2,17 \cdot 10^8 \text{ km}^2}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{19,5 \text{ cm}}$$

$$A_s = G \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} = \underline{0,03 \text{ m}^2}$$

$$P_s = \left(\frac{S}{N}\right) B k_B T = \underline{9,81 \cdot 10^{-16} \text{ W}}$$

$$P_o = P_s \cdot \frac{A_g}{A_s} \cdot \frac{N}{\eta} = \underline{705 \text{ W}}$$

(V/25/10/02/5)

Izračunajte zmogljivost radijske zveze $C=?$, ki jo omejujeta popačenje izhodne stopnje oddajnika in pasovna širina $B=7$ MHz. Oddajnik dela z izhodno močjo $P_O=1$ W. Glavno motnjo predstavlja intermodulacijsko popačenje, moč presečne točke oddajnika znaša $P_{IP3}=+50$ dBm. Radijska zveza je opremljena z usmerjenimi antenami, da lahko vpliv toplotnega šuma, odbitih valov in motenj drugih oddajnikov zanemarimo.

$$P_{IP3} = +50 \text{ dBm} = 10^5 = 100 \text{ W}$$

$$P_{IMD} = \frac{P_O^3}{P_{IP3}^2} = \frac{(1 \text{ W})^3}{(100 \text{ W})^2} = 10^{-4} \text{ W}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_O}{P_{IMD}} \right) = 7 \text{ MHz} \cdot 13,288 = \underline{\underline{93 \text{ Mbit/s}}}$$

(V/21/9/99/5)

Izračunajte zmogljivost C (v bit/s) zveze satelit>>>Zemlja, če znaša razmerje celotne sprejemne verige $G/T=100$ /K na frekvenci $f=10$ GHz. Oddajna antena na krovu satelita ima dobitok $G_O=20$ dBi in se nahaja na razdalji $d=40000$ km od sprejemnika. Oddajnik ima presečno točko tretjega reda $P_{ip3}=+50$ dBm ter ga krmilimo tako, da so intermodulacijski produkti oslabljeni za vsaj $a=60$ dB. Pasovna širina B ni omejena. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$\log P_{IMD} = 3 \log P_O - 2 \log P_{ip3} = \log P_O - \log a$$

$$\log P_O = \log P_{ip3} - \frac{\log a}{2} = +50 \text{ dBm} - \frac{60 \text{ dB}}{2} = +20 \text{ dBm} \rightarrow \underline{\underline{P_O = 100 \text{ mW}}}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{\underline{0,03 \text{ m}}}$$

$$G_O = 20 \text{ dBi} = \underline{\underline{100}} \quad P_S = P_O G_O G_S \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

$$C = \frac{P_S}{k_B T \ln 2} = \frac{P_O G_O}{k_B \ln 2} \left(\frac{G_S}{T} \right) \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = \frac{0,1 \text{ W} \cdot 100 \text{ K}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws} \cdot \ln 2} \cdot \frac{100}{\text{K}} \left(\frac{0,03 \text{ m}}{4\pi \cdot 40000000 \text{ m}} \right)^2$$

$$\underline{\underline{C = 372 \text{ kbit/s}}}$$

9. SPEKTRALNA UČINKOVITOST

(V/24/6/03/3)

Izračunajte teoretsko zmogljivost satelitske zveze $C=?$, če znaša moč oddajnika na krovu satelita $P_o=50$ W na frekvenci $f=12$ GHz in dobitek antene $G_o=40$ dBi. Sprejemnik je opremljen z anteno premera $2r_s=60$ cm in izkoristkom osvetlitve $\eta=70\%$. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=150$ K. Kolikšna je spektralna učinkovitost $C/B=?$, če razpolagamo s frekvenčnim pasom širine $B=36$ MHz? ($d=40000$ km, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$G_o = 40 \text{ dBi} = \underline{10000}$$

$$P_s = P_o G_o \frac{\eta_s \pi r_s^2}{4\pi d^2} = \underline{4,922 \text{ pW}}$$

$$P_N = B k_B T = \underline{0,0745 \text{ pW}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = \underline{\underline{218,4 \text{ Mbit/s}}}$$

$$C/B = \underline{\underline{6,067 \text{ bit/s/Hz}}}$$

(U/3/3/06/1)

Izračunajte zmogljivost satelitske zveze C , če se satelit nahaja na oddaljenosti $d=40000$ km in razpolaga z oddajnikom moči $P_o=30$ W ter anteno dobitka $G_o=40$ dBi. Sprejemnik ima anteno premera $2r_s=50$ cm in izkoristek osvetlitve $\eta=75\%$. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=120$ K, izguba demodulatorja pa $a=4$ dB. Kolikšna je spektralna učinkovitost $C/B=?$, če ima pretvornik na krovu satelita pasovno širino $B=80$ MHz? ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s, $f_o=12$ GHz)

$$G_o = 40 \text{ dBi} = 10^{\frac{40}{10}} = \underline{10000}$$

$$a = 4 \text{ dB} = \underline{2,5}$$

$$P_s = P_o G_o \frac{\eta_s \pi r_s^2}{4\pi d^2} = 30 \text{ W} \cdot 10000 \cdot \frac{0,75 \cdot \pi \cdot (0,25 \text{ m})^2}{4\pi \cdot (40 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = \underline{2,2 \text{ pW}}$$

$$P_N = B k_B T = 80 \text{ MHz} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 120 \text{ K} = \underline{0,13 \text{ pW}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{a P_N} \right) = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{a B k_B T} \right) = \underline{\underline{234,6 \text{ Mbit/s}}}$$

$$C/B = \underline{\underline{2,93 \text{ bit/s/Hz}}}$$

10. MODULACIJA

(V/17/9/03/2)

Kolikšna naj bo moč $P_0=?$ pomorskega oddajnika za klic v sili, ki je opremljen z neusmerjeno anteno ($G_0=1$) na frekvenci $f=1,62$ GHz? Sprejemnik ima šumno temperaturo $T_S=150$ K in se nahaja na krovu geostacionarnega satelita ($r=40000$ km) z anteno z dobitkom $G_S=20$ dBi in šumno temperaturo $T_A=200$ K. Sporočilo prenašamo s hitrostjo $C=400$ bit/s. Demodulator sprejemnika vnaša izgubo $a=12$ dB glede na Shannonovo teoretsko mejo za neskončno pasovno širino. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$B = \infty \rightarrow C = \frac{P'_S}{k_B (T_A + T_S) \ln 2} \rightarrow P'_S = C k_B (T_A + T_S) \ln 2 = \underline{1,34 \cdot 10^{-18} \text{ W}}$$

$$a = 12 \text{ dB} = \underline{15,85} \qquad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,185 \text{ m}}$$

$$\underline{G_S = 20 \text{ dBi} = 100} \qquad P_S = a P'_S = \underline{2,12 \cdot 10^{-17} \text{ W}}$$

$$P_S = P_0 G_0 G_S \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \rightarrow P_0 = \frac{P_S}{G_0 G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \underline{\underline{1,564 \text{ W}}}$$

(U/24/06/10/1)

Izračunajte zmogljivost radijske zveze $C=?$ s plovila v tirnici okoli Lune. Oddajnik plovila ima efektivno sevano moč $P_0=10$ W eirp na neusmerjeni anteni na frekvenci $f=2,2$ GHz. Zemeljska sprejemna postaja razpolaga z zrcalom premera $2r=22$ m na povprečni oddaljenosti $d=390000$ km. Izkoristek osvetlitve zrcala $\eta=70\%$, šumna temperatura celotnega sistema pa $T=100$ K. Pasovna širina ni omejena, izgube demodulatorja znašajo $a=5$ dB. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,136 \text{ m}}$$

$$P_S = P_0 G_0 \frac{1}{4\pi d^2} \pi r^2 \eta = \underline{1,392 \cdot 10^{-15} \text{ W}}$$

$$a = 5 \text{ dB} = \underline{3,16}$$

$$B = \infty \rightarrow C = \frac{1}{a} \cdot \frac{P_S}{k_B T \ln 2} = \underline{\underline{460 \text{ kbit/s}}}$$

(V/2/7/99/5)

Kolikšna je teoretska najnižja moč signala $P_S=?$ na vhodnih sponkah sprejemnika za prenos $C=10$ Mbit/s, če pasovna širina signala B ni omejena? Glavni izvor motenj je toplotni šum: skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=200$ K. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) Kolikšna je najnižja moč signala $P'_S = ?$ v slučaju uporabe dvofazne simetrične PSK modulacije, če zahtevamo pogostnost napak $BER < 1 \cdot 10^{-6}$?

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_S}{k_B T \ln 2}$$

$$P_S = C k_B T \ln 2 = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 0,693 = \underline{\underline{1,91 \cdot 10^{-14} \text{ W}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} BPSK \\ BER = 10^{-6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W_S}{k_B T} \approx 10,53 \text{ dB}$$

↑

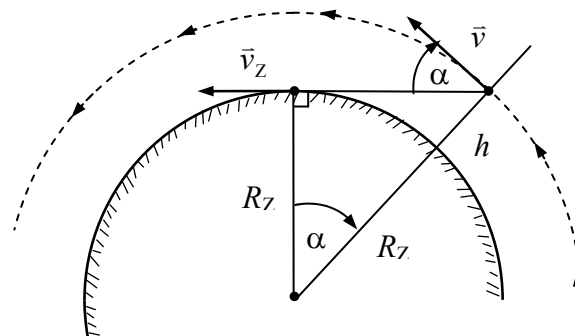
Graf iz predavanj

$$P'_S = C W_S = C k_B T \cdot 10^{\frac{10,53}{10}} = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 11,3 = \underline{\underline{3,12 \cdot 10^{-13} \text{ W}}}$$

11. DOPPLERJEV POJAV

(V/6/6/01/4)

Izračunajte največji Dopplerjev pomik $\Delta f = ?$ pri sprejemu satelita, ki leti v krožnici na višini $h = 300$ km nad zemeljsko površino in oddaja na frekvenci $f_0 = 2,2$ GHz. Opazovalec (sprejemnik) se nahaja na ekvatorju in se vrti skupaj z Zemljo ($T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²), naklon tirnice satelita pa znaša $i = 0$.



Krožnica: $e = 0$, $a = R_Z + h = \underline{6678 \text{ km}} = r$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \underline{7726 \text{ m/s}}$$

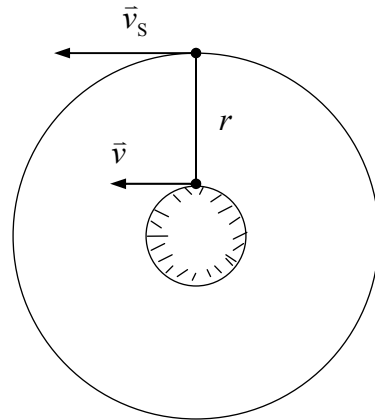
$$v_Z = R_Z \omega_Z = R_Z \frac{2\pi}{T_Z} = \underline{465 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = v \cos \alpha - v_Z = v \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h} - v_Z = \underline{6914 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = \underline{\underline{50,7 \text{ kHz}}}$$

(V/27/1/05/4)

Izračunajte Dopplerjev pomik frekvence $\Delta f = ?$ pri sprejemu satelita v idealni geostacionarni tirnici. Zemeljski sprejemnik se nahaja na ekvatorju in na isti zemljepisni dolžini kot satelit, ki oddaja na frekvenci $f_0 = 8$ GHz. ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

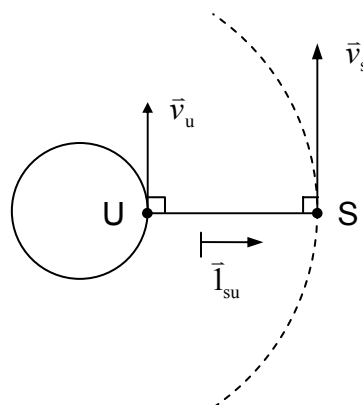


$$\Delta v = \frac{dr}{dt} = \underline{0}$$

$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = \underline{0}$$

(V/25/2/03/5)

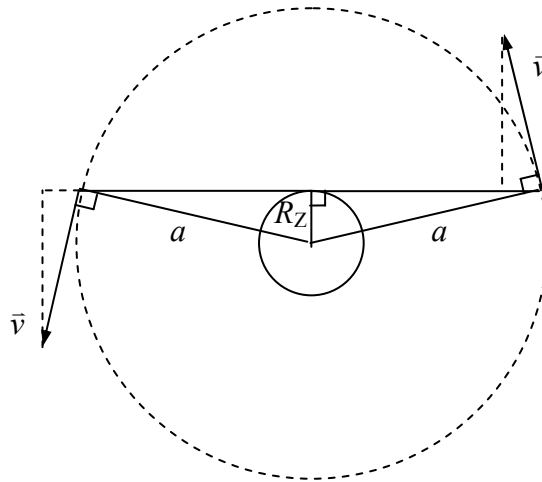
Izračunajte Dopplerjev pomik frekvence $\Delta f = ?$, ki ga opazi uporabnik na Zemlji, ko satelit oddaja na frekvenci $f_0 = 1,6$ GHz. Uporabnik se nahaja na ekvatorju, satelit pa je v trenutku opazovanja točno nad glavo uporabnika ter v apogeju tirnice ($h_a = 36000$ km, $h_p = 1000$ km), ki poteka v ekvatorialni ravnini. ($R_Z = 6378$ km, $T = 1436$ min, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{(\vec{v}_s - \vec{v}_u) \cdot \vec{i}_{su}}{c_0} = \underline{0} \quad (\text{skalarni produkt pravokotnih vektorjev})$$

(V/17/9/03/5)

Sateliti sistema GPS se gibljejo po krožnicah z naklonom $i=55^\circ$ in periodo $T=12$ h. Izračunajte širino frekvenčnega pasu $\Delta f=?$, v kateri uporabniški sprejemnik išče vkenitev na oddajo satelita na nazivni frekvenci $f=1575,42$ MHz. Pri računu upoštevamo Dopplerjev pomik zaradi gibanja satelita. Gibanje uporabnika zanemarimo. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = \underline{26610 \text{ km}}$$

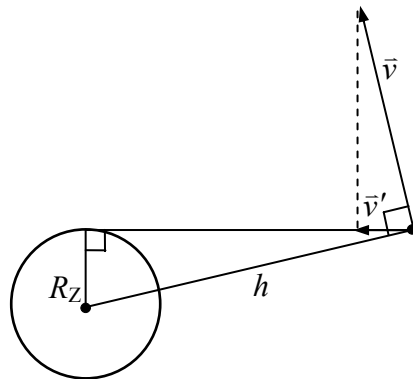
$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \underline{3870 \text{ m/s}}$$

$$v' = v \cdot \frac{R_Z}{a} = \underline{928 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = f \cdot \frac{2v'}{c_0} = \underline{9743 \text{ Hz}}$$

(U/7/10/05/5)

Izračunajte širino frekvenčnega pasu $\Delta f = ?$, v katerem išče vklenitev GPS sprejemnik na frekvenci $L_1 = 1575,42$ MHz! Sateliti GPS krožijo v tirnicah na višini $h = 20400$ km nad površino Zemlje s hitrostjo $v = 3,9$ km/s. Odstopanje frekvence oddajnikov je zanemarljivo majhno, relativno odstopanje frekvence sprejemnika pa znaša $\pm 2,5 \cdot 10^{-6}$. Vrtenje Zemlje zanemarimo. ($R_Z = 6378$ km, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)



$$v' = v \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h} = \underline{929 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = f_0 \cdot \left(\frac{2v'}{c_0} + 2x \right) = 1575,42 \text{ MHz} \cdot (6,193 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}) = \underline{\underline{17,63 \text{ kHz}}}$$

Doppler sprejemnik

(V/24/6/03/4)

Stabilizacija lege geostacionarnega staleita je izvedena z vrtenjem $n=100$ vrt/min, os vrtenja je vzporedna osi vrtenja Zemlje. Neusmerjena antena telemetrijskega oddajnika je nameščena na obodu satelita na razdalji $r=1,5$ m od osi vrtenja in oddaja na frekvenci $f=8$ GHz. Izračunajte frekvenčni koleb $\Delta f=?$, ki ga zazna sprejemnik na zemeljskem ekvatorju, ker se zaradi vrtenja oddajna antena približuje oziroma oddaljuje od sprejemnika. ($c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$v = r\omega = r \cdot 2\pi n = 1,5 \text{ m} \cdot 2\pi \cdot 100 \cdot \frac{1}{60 \text{ s}} = \underline{15,7 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = \pm f \cdot \frac{v}{c_0} = \underline{\pm 419 \text{ Hz}} \quad (\text{oziroma celotni koleb } 838 \text{ Hz})$$

(U/29/9/08/4)

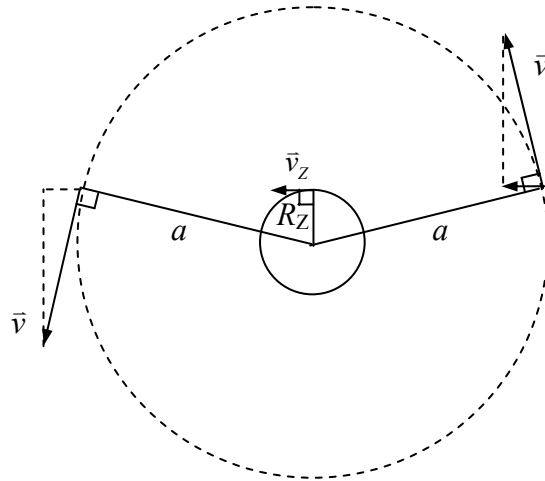
Satelit za opazovanje Zemlje leti po polarni krožnici na višini $h=800$ km. Pokrivanje celotne zemeljske površine zagotavlja pretvornik v geostacionarni tirnici, ki podatke opazovanega satelita posreduje zemeljski postaji. V kolikšnem frekvenčnem pasu $\Delta f=?$ mora pretvornik slediti signal opazovanega satelita, ki oddaja na frekvenci $f=8,4$ GHz? ($\mu=3,986\cdot 10^{14}$ m³/s², $R_Z=6378$ km, $c=3\cdot 10^8$ m/s)

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z + h}} = \underline{7452 \text{ m/s}}$$

$$\Delta f = 2f \cdot \frac{v}{c_0} = \underline{417,3 \text{ kHz}}$$

(U/17/9/03/5)

Na kakšni višini h nad zemeljsko površino se nahaja satelit v krožni tirnici v ekvatorjalni ravnini ($i=0$), če znaša Dopplerjev pomik natančno nič za sprejemnik na zemeljskem ekvatorju ob vzhodu oziroma zahodu satelita? Pri izračunu upoštevajte premikanje satelita in vrtenje Zemlje, skupaj s katero se vrti tudi sprejemnik. Kolikšna je perioda T tirnice satelita? ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$v_Z = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} = \underline{465 \text{ m/s}}$$

$$v_Z = v \cdot \frac{R_Z}{a}$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}}$$

$$v_Z = R_Z \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \frac{2\pi R_Z}{T_Z}$$

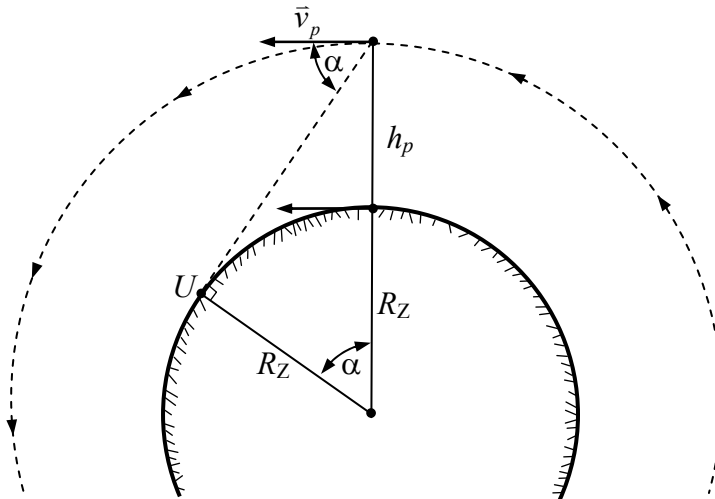
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = T_Z = \underline{\underline{1436 \text{ min}}}$$

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_Z}{2\pi} \right)^2} = \underline{\underline{42163 \text{ km}}}$$

$$h = a - R_Z = \underline{\underline{35785 \text{ km}}}$$

(U/21/1/05/4)

Satelit Molnija se nahaja v eliptični tirnici z višino perigeja $h_p=1000$ km in višino apogeja $h_a=36000$ km nad zemeljsko površino. Kolikšen največji Dopplerjev pomik frekvence $\Delta f=?$ zazna opazovalec na Zemlji, ko satelit v perigeju oddaja na frekvenci $f_0=4$ GHz? Vrtenje Zemlje zanemarimo. ($R_Z=6378$ km, $c=3\cdot 10^8$ m/s, $\mu=3,986\cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$a = (h_p + h_a + 2R_Z) / 2 = \underline{24878 \text{ km}}$$

$$r_p = h_p + R_Z = \underline{7378 \text{ km}}$$

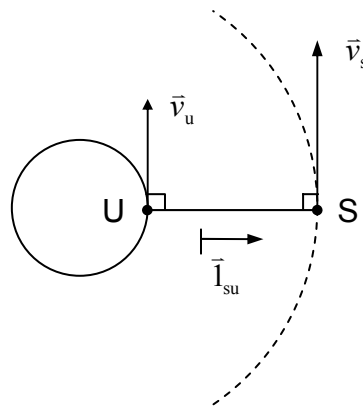
$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{9593 \text{ m/s}}$$

$$\pm \Delta f_{\max} = f_0 \cdot \frac{v_p \cdot \cos \alpha}{c_0} = f_0 \cdot \frac{v_p}{c_0} \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h_p}$$

$$\pm \Delta f_{\max} = 4 \text{ GHz} \cdot \frac{9593 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \cdot \frac{6378 \text{ km}}{7378 \text{ km}} = \underline{\underline{110,57 \text{ kHz}}}$$

(U/2/2/07/5)

Satelit Molnija se nahaja v tirnici z naklonom $i=63^\circ$, višino perigeja $h_p=1000$ km, višino apogeja $h_a=37000$ km in argumentom perigeja $\omega=270^\circ$. Izračunajte Dopplerjev pomik frekvence $\Delta f=?$ za uporaba, ki se nahaja na zemeljskem površju točno pod satelitom v apogeju tirnice, če satelit oddaja na frekvenci $f_o=3,8$ GHz! ($R_Z=6378$ km, $T=1436$ min, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



$$\Delta f = -f_o \cdot \frac{(\vec{v}_s - \vec{v}_u) \cdot \vec{i}_{su}}{c_0} = \underline{0} \quad (\text{skalarni produkt pravokotnih vektorjev})$$